

Gyakorló feladatok

1. Számítsuk ki az $1 - 2i$ komplex szám négyzetgyökeit (trigonometrikus alak használata nélkül)!
2. Számítsuk ki $-\sqrt{3} + i$ ötödik gyökeit!
3. a) Határozzuk meg az $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \dots$ összeg értékét az $(1 + i)^n$ algebrai és trigonometrikus alakjának az összehasonlításával!
b) Számítsuk ki a $(\cos x + i \sin x)^3$ kifejezést kétféle módon! Ennek segítségével fejezzük ki $\cos(3x)$ -et $\cos x$ függvényében!
4. Ha ε primitív n -edik egységgyök, mi lehet a rendje
a) $-\varepsilon$ -nak;
b) ε^k -nak?
5. Adjuk meg a primitív 5-ödik és a primitív 8-adik egységgyökök összegét és szorzatát!
6. Adjuk meg annak a négyzetnek a másik két csúcsát, melynek két átellenes csúcsát két adott komplex szám, z_1 és z_2 alkotják!
7. Adjuk meg a komplex számsíknak az $y = x - 1$ egyenesre való tükrözését komplex műveletekkel!
8. Osszuk el maradékosan az $x^4 - 2x + 5$ polinomot
a) $x^2 - x + 2$ -vel,
b) $x + 1$ -gyel,
c) $(x + 1)^2$ -nel!
d) $(x^2 - 1)$ -gyel!
9. Horner-módszer alkalmazásával írjuk fel az $x^3 + 2x^2 + 1$ polinomot $(x - 3)$ hatványai szerint rendezve!

Házi feladatok

Beadási határidő: október 9.

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. A feladatok egy pontot érnek, a csillagos kettőt. A hétből hat feladat megoldását adjuk be, ezekből legalább 4 pontot el kell érni! Együtt gondolkozni szabad, de más megoldását lemásolni nem!

Az 1., 3. és a 4. feladat második kérdésének eredményét adjuk meg algebrai alakban, a 2. feladatét elég trigonometrikus alakban felírni.

1. Számítsuk ki trigonometrikus alak használata nélkül $\sqrt{16 - 30i}$ értékeit!
2. Oldjuk meg a $z^6 + (2 + i)z^3 + (1 + i) = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán!
3. Rajzoljuk fel a komplex számsíkon a 12. primitív egységgyököket! Határozzuk meg az összegüket és a szorzatukat!
4. Adjuk meg $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényként (a szokásos algebrai műveletek segítségével) az i körüli $+45^\circ$ -os forgatást! Mi a képe $2 - i$ -nek ennél a forgatásnál?
5. A Horner-módszer alkalmazásával
 - a) osszuk el maradékosan a $p(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ polinomot a $q(x) = x + 1$ polinommal, és
 - b) írjuk fel $p(x)$ -et $x + 1$ polinomjaként (azaz $x + 1$ hatványaival)!
6. A $p, q, r \in \mathbb{R}$ milyen értékeire osztható az $x^3 + px + q$ polinom az $x^2 + rx - 1$ polinommal?
- 7*. Bizonyítsuk be, hogy ha két komplex egységgyök összege 1 abszolút értékű, akkor az is egységgyök. (Útmutatás: Mit jelent a feltétel geometriailag?)