

Vektorterek, vektortér konstrukciók **D** Vektortéraxiómák, altér, generátorrendszer, függetlenség, bázis, dimenzió, lineáris leképezés, lineáris transzformáció, vektorok koordinátavektorai, lineáris leképezések koordinátamátrixai. **D** Alterek összege, direkt összege, direkt szorzat, faktortér, duális tér, lineáris leképezések tere, vektorterek tenzorszorzata **B** A fenti vektorterek dimenziói, bázisai véges dimenziós esetben. **B** $\mathcal{V}^{**} \cong \mathcal{V}$, véges dimenzióban **B** Báziscsere mátrixok kapcsolata a duális bázisoknál **B** Euklideszi tér duális terének minden eleme alkalmas vektorral vett skaláris szorzás **B** Multilineáris leképezések és a tenzorszorzat **B** Homomorfia-tétel, rang-nullitási tétel, mint következmény. **B** $\mathcal{L}(\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) \cong M_{n \times m}[\mathbb{F}] = \mathbb{F}^{n \times m}$ **D** p -szeresen kontravariáns és q -szoroson kovariáns tenzorok tere. **B** Báziscsere a p -szeresen kontravariáns és q -szoroson kovariáns tenzorok terében. **T** $\mathcal{V}, \mathcal{V}^*, \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{V})$ elemei és a bilineáris függvények, mint tenzorok

Sajátérték, sajátvektor **D** Lineáris transzformáció, illetve mátrix sajátértéke, sajátvektora, karakterisztikus polinom **B** Sajátértékek és sajátvektorok meghatározása **D** Sajátaltér, invariáns altér, algebrai és geometriai multiplicitás **D** Mátrix (transzformáció) anulláló polinomja, minimálpolinom **B** Minimálpolinom osztója minden anulláló polinomnak **B** Minimálpolinom gyökei **B** Minimálpolinom konstans szorzótól eltekintve egyértelmű **B** Cayley–Hamilton-tétel **B** Determináns = sajátértékek szorzata, nyom = sajátértékek összege **D** Mátrixok hasonlósága **B** Hasonló mátrixok karakterisztikus és minimálpolinomjai azonosak **B** Felső háromszög mátrix sajátértékei **B** Diagonalizálható mátrixok jellemzése (féligegyszerű transzformációk) **B** Spektrálfelbontás (sajátalterekre való projekciókkal **B** Schur-felbontás **B** Gersgorin-körökről szóló tétel

SVD **D** Pozitív szemidefinit mátrix **B** $A^T A$ pozitív szemidefinit **D** Mátrix szinguláris értéke, szinguláris vektorok, **D** SVD (reduktált, teljes) **B** SVD megkonstruálása, kitüntetett alterek ONB-ai **B** SVD-ből pszeudinverz **D** Poláris felbontás **B** Poláris felbontás létezése, invertálható esetben egyértelműsége **B** SVD-ből poláris felbontás **T** Eckart–Young-tétel

Mátrixnormák **D** Mátrixnormák: Frobenius-norma, indukált norma, 1-, 2- (spektrális), ∞ -normák **D** Spektrálsugár **B** 2-norma = maximális szinguláris érték

Jordan-féle normálalak **D** Jordan-blokk, Jordan-mátrix **D** Determinánsszétők, invariáns faktorok, **B** ezek hasonlóságra invariánsok **B** ezek leolvasása a Jordan-féle normálalakból **B** Primér felbontási tétel **B** Jordan-féle normálalak létezése, egyértelműsége **D** Jordan-lánc, Jordan-bázis **D** Mátrixfüggvények **D** Hermite-féle interpolációs polinom **B** Jordan-blokk polinomja, függvénye **B** Mátrixfüggvény kiszámolása Jordan-bázis valamint Hermite-interpoláció segítségével **D** Valós Jordan-alak

Bilineáris függvények **D** Komplex és valós bilineáris függvények, véges test feletti vektorterek szimmetrikus és alternáló bilineáris függvényei, elfajuló, nem elfajuló bilineáris függvények. **D** Felírásuk adott bázisban, bilineáris függvény Gram-mátrixa **B** Báziscsere hatása a Gram-mátrixra valós és komplex esetben **D** Szimmetrikus, szimplektikus, Hermite-féle bilineáris függvények **B** Jellemzésük Gram-mátrixaikkal **D** Bilineáris függvényhez tartozó kvadratikus alak **B** Komplex bilineáris függvények és kvadratikus alakjaik között bijekció van **T** Kvadratikus alak pontosan akkor valós értékű, ha a bilineáris függvény Hermite-féle **B** Több valós bilineáris függvényhez tartozhat ugyanaz a kvadratikus alak, de csak egy szimmetrikus tartozik hozzá **D** Kvadratikus alak négyzetösszegé transzformálása, módszerek. **D** Valós kvadratikus alak mátrixa **B** Minden szimmetrikus (Hermite) bilineáris függvény mátrixa alkalmas bázisban diagonális. **B** Definitésgé kritériumok. **B** Tehetetlenségi tétel **B** Másodrendű görbék kanonikus alakra hozása

Valós és komplex euklideszi terek **D** Skaláris szorzat \mathbb{R}^n és \mathbb{C}^n terekben **D** Valós és komplex euklideszi tér **D** Merőlegesség, vektor hossza, valós euklideszi terekben vektorok szöge. Ortogonális, ortonormált vektorrendszer **B** Minden véges dimenziós euklideszi térben van ONB (Gram–Schmidt-féle eljárás, valós és komplex eset) **B** Ortonormált vektorrendszer független **B** CBS-egyenlőtlenség **D** Altér merőlegese **B** Véges dimenziós euklideszi térben $\mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp = \mathcal{V}$, $(\mathcal{W}^\perp)^\perp = \mathcal{W}$ **T** Altérre való merőleges vetület skaláris szorzás segítségével **T** $\mathcal{S}(\bar{A}) \perp \mathcal{N}(A)$, $\mathbb{C}^n = \mathcal{S}(\bar{A}) \oplus \mathcal{N}(A)$, **D** Skaláris szorzat Gram-mátrixa, skaláris szorzat felírása adott bázisban **B** Skaláris szorzat Gram-mátrixának változása báziscsere esetén **D** Euklideszi terek izometriája, izomorfizmus **B** Véges dimenziós euklideszi terek pontosan akkor izomorfak, ha azonos dimenziósak.

Speciális mátrixok **D** Ortogonális (unitér), szemiortogonális mátrixok **B** Ortogonális (unitér) illetve szemiortogonális mátrix ekvivalens definíciói **D** Givens-forgatás, Householder-tükrözés **B** Teljes oszloprangú mátrix QR-felbontásának létezése és egyértelműsége (kiszámítása Givens-forgatásokkal, Householder-tükrözésekkel is) **B** Egyenletrendszer legjobban közelítő megoldása QR-felbontás segítségével **D** Szimmetrikus, ferdén szimmetrikus, önadjungált, ferdén önadjungált, normális mátrixok, kapcsolatuk **B** Minden mátrix egyértelműen bontható önadjungált és ferdén önadjungált mátrix összegére

Lineáris transzformációk euklideszi terekben **D** Lineáris transzformáció adjungáltja **B** Adjungált transzformáció létezése és egyértelműsége **B** Adjungált transzformáció mátrixa ON és nem ON bázisokban **D** Szimmetrikus, önadjungált, ortogonális, unitér, normális transzformációk **B** A fenti transzformációk jellemzése mátrixokkal ONB-ban **B** A speciális mátrixokkal való szorzás az euklideszi tér azonos nevű transzformációja **B** Önadjungált (szimmetrikus) transzformációk jellemzése **B** Unitér (ortogonális) transzformációk jellemzése **B** Komplex normális transzformációk jellemzése **T** Valós normális transzformációk jellemzése **B** valós szimmetrikus mátrix ortogonális, komplex normális mátrix unitér diagonalizálhatósága **B** Főtengelytétel (valós és komplex) **B** Unitér mátrix unitéren diagonalizálható **T** Valós normális (ortogonális, ferdén szimmetrikus) mátrixok blokkdiagonális alakja **B** Ortogonális mátrix ortogonálisan hasonló 1×1 -es (1 vagy -1) és 2×2 -es (forgatások) blokkdiagonális mátrixhoz

Szimplektikus terek **B** Szimplektikus (szimmetrikus) bilineáris függvénynél altér merőlegese dimenziójára vonatkozó egyenlőtlenség, nemelfajuló esetben egyenlőség. **B** Feltétel arra, hogy mikor direkt kiegészítő a merőleges altér. **D** Szimplektikus tér **D** Hiperbolikus pár **B** Szimplektikus tér (nem elfajuló) páros dimenziós és van benne szimplektikus bázis.

Alkalmazások **D** Lineáris kód, Hamming kód, paritásellenőrző mátrix, Hamming-távolság. k -hibajelző, k -hibajavító kód. **B** Hamming kód 1-hibajavító, nem 2-hibajavító, de 2-hibajelző. **B** Fisher-egyenlőtlenség **B** Titokmegosztás interpolációs polinommal **D** Mátrixok Kronecker-szorzata, lineáris transzformációk tenzorszorzata, ennek hatása a tenzorszorzat téren, **T** mátrixa alkalmas bázisban épp a mátrixok Kronecker szorzata **T** Kronecker-szorzat sajátértékei, szinguláris érékei, rangja, determinánsa, nyoma **D** gráf adjecencia mátrixa, ennek spektruma **B** k -adik hatványának elemei megadják az i -ből j -be menő k hosszú séták számát. **B** Sajátértékek k -adik hatványai összege a k hosszú zárt séták száma. **B** Egy gráf pontosan akkor páros, ha adjecencia mátrixa spektruma szimmetrikus az origóra. **B** Egy gráfra, ha $d(i, j) = k$, akkor E, A, \dots, A^k lineárisan független, ha A a gráf adjecencia mátrixa. **T** e^{At} alkalmazása differenciálegyenletrendszerek megoldásában.