

Munkaidő: 60 perc

1. Legyen $f : \mathbb{R}[x]_{\leq 2} \rightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$, $p(x) \mapsto p(x) - p(1)x$. Írjuk fel f mátrixát a standard $\{1, x, x^2\}$ bázisban! Adjunk meg egy olyan $q(x) \in \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ polinomot, amelyik nincs benne az f képterében! (4 pont)
2. Írjuk fel az $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ mátrixhoz tartozó $f : \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ lineáris leképezés mátrixát a $(\mathcal{B}, \mathcal{C})$ bázispárban, ahol $\mathcal{B} = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (1, 0, 0)\}$ és $\mathcal{C} = \{(1, 3), (1, 2)\}$. (4 pont)
3. Melyik diagonalizálható az alábbi két mátrix közül \mathbb{R} fölött? Amelyik igen, annak adjuk meg a diagonális alakját, és azt a bázist, amelyben ezt az alakot felveszi. (5 pont)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Határozzuk meg az alábbi A mátrix QR-felbontását tetszőleges módszerrel! (4 pont)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

5. Legyen $\mathbf{u} = (1, i, -1)$, $\mathbf{v} = (1+i, -i, 0)$. Adjunk meg ortogonális bázist a $W = \text{span}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \leq \mathbb{C}^3$ altérben! (3 pont)

Munkaidő: 60 perc

1. Legyen $f : \mathbb{R}[x]_{\leq 2} \rightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$, $p(x) \mapsto p(x) - p(1)x$. Írjuk fel f mátrixát a standard $\{1, x, x^2\}$ bázisban! Adjunk meg egy olyan $q(x) \in \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ polinomot, amelyik nincs benne az f képterében! (4 pont)
2. Írjuk fel az $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ mátrixhoz tartozó $f : \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ lineáris leképezés mátrixát a $(\mathcal{B}, \mathcal{C})$ bázispárban, ahol $\mathcal{B} = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (1, 0, 0)\}$ és $\mathcal{C} = \{(1, 3), (1, 2)\}$. (4 pont)
3. Melyik diagonalizálható az alábbi két mátrix közül \mathbb{R} fölött? Amelyik igen, annak adjuk meg a diagonális alakját, és azt a bázist, amelyben ezt az alakot felveszi. (5 pont)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Határozzuk meg az alábbi A mátrix QR-felbontását tetszőleges módszerrel! (4 pont)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

5. Legyen $\mathbf{u} = (1, i, -1)$, $\mathbf{v} = (1+i, -i, 0)$. Adjunk meg ortogonális bázist a $W = \text{span}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \leq \mathbb{C}^3$ altérben! (3 pont)