

Munkaidő: 60 perc

- Állapítsuk meg, hogy az  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  mátrixok melyik kategóriába esnek az alábbiak közül. Röviden indokoljuk a választ!  
(N) nem diagonalizálható  $\mathbb{C}$  fölött sem;  
(D) diagonalizálható, de unitéren nem;  
(DU) unitéren diagonalizálható, de ortogonálisan nem;  
(DO) ortogonálisan diagonalizálható. (4 pont)
- Határozzuk meg a  $q(x, y, z) = x^2 + 5y^2 + z^2 - 2xy + 4yz$  kvadratikus alak standard mátrixát, jellegét, és adjunk meg egy olyan bázist, amelyben a kvadratikus alak mátrixa diagonális!  
(4 pont)
- Írjuk fel az  $\mathbf{x}^* A \mathbf{y}$  komplex bilineáris függvény Gram-mátrixát a  $\mathcal{B} = \{(i, 1), (0, 1 + i)\}$  bázisban, ha  $A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ . Hermitikus-e ez a bilineáris függvény?  
(3 pont)
- Határozzuk meg az  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  mátrix redukált SVD-felbontását és legjobb 1 rangú közelítését!  
(5 pont)
- Hasonlóság erejéig hány olyan mátrix van, amelynek a karakterisztikus polinomja  $k(x) = (x - 1)^4(x - 2)^2$ , és a két sajátaltère azonos dimenziós? Adjuk meg mindegyik esetben a minimálpolinomot is!  
(4 pont)

Munkaidő: 60 perc

- Állapítsuk meg, hogy az  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  mátrixok melyik kategóriába esnek az alábbiak közül. Röviden indokoljuk a választ!  
(N) nem diagonalizálható  $\mathbb{C}$  fölött sem;  
(D) diagonalizálható, de unitéren nem;  
(DU) unitéren diagonalizálható, de ortogonálisan nem;  
(DO) ortogonálisan diagonalizálható. (4 pont)
- Határozzuk meg a  $q(x, y, z) = x^2 + 5y^2 + z^2 - 2xy + 4yz$  kvadratikus alak standard mátrixát, jellegét, és adjunk meg egy olyan bázist, amelyben a kvadratikus alak mátrixa diagonális!  
(4 pont)
- Írjuk fel az  $\mathbf{x}^* A \mathbf{y}$  komplex bilineáris függvény Gram-mátrixát a  $\mathcal{B} = \{(i, 1), (0, 1 + i)\}$  bázisban, ha  $A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ . Hermitikus-e ez a bilineáris függvény?  
(3 pont)
- Határozzuk meg az  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  mátrix redukált SVD-felbontását és legjobb 1 rangú közelítését!  
(5 pont)
- Hasonlóság erejéig hány olyan mátrix van, amelynek a karakterisztikus polinomja  $k(x) = (x - 1)^4(x - 2)^2$ , és a két sajátaltère azonos dimenziós? Adjuk meg mindegyik esetben a minimálpolinomot is!  
(4 pont)