1. Bizonyítsuk be, hogy ha p a $|G|$ legkisebb prímosztója, és a G p-Sylowja ciklikus, akkor G-ben van normál p-komplementum!

2. Lássuk be, hogy minden véges, nilpotens, metaciklikus csoport ciklikus!

3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy G véges csoport minden Sylow-részcsoportja ciklikus, akkor G metaciklikus!

4. Tegyük fel, hogy a véges G csoport minden Sylowja ciklikus, és $M \triangleleft N \triangleleft G$. Bizonyítsuk be, hogy $M \triangleleft G$.

5. Legyen $G \geq H \geq K$, és $|G : K| < \infty$. Mutassuk meg, hogy $T^*_{G\to H} \cdot T^*_{H\to K} = T^*_{G\to K}$.

6. Lássuk be, hogy $|\Omega| \geq k$-ra $G \leq S_\Omega$ akkor és csak akkor k-tranzitív, ha G tranzitív, és G_α $(k-1)$-tranzitív az $\Omega \setminus \{\alpha\}$-n valamely/bármely $\alpha \in \Omega$-ra!

7. Milyen n és p esetén lehet az $V = \mathbb{F}_p^n$ vektortér $AGL(V)$ affin csoportja k-tranzitív valamely $k > 2$-re?

8. Bizonyítsuk be, hogy a $K \cup \{\infty\}$ halmazon ható $\left\{ x \to \dfrac{ax+b}{cx+d} \;\middle|\; ad - bc \neq 0 \right\}$ csoport minden K test esetén szigorúan 3-tranzitív.

9. Legyen N minimális normálosztó a G véges csoportban. Bizonyítsuk be, hogy G izomorf egyszerű csoportok direkt szorzata!

10. Bizonyítsuk be, hogy ha $G \leq S_n$ primitív, feloldható csoport, akkor $n = p^k$ valamely p prímre, és k természetes számra, és $T(V) \leq G \leq AGL(V)$, ahol V $\mathbb{F}_p$ fölötti k dimenziós vektortér.

11. Legyen $T(V) = \{\mathbf{x} \to \mathbf{x} + \mathbf{b} \,|\, \mathbf{b} \in V\}$ az eltolások csoportja $AGL(V)$-ben. Bizonyítsuk be, hogy
a) $T(V) \triangleleft AGL(V)$;
b) $T(V)$ reguláris V-n;
c) $T(V) \leq G \leq AGL(V)$ akkor és csak akkor primitív, ha $G = T(V) \rtimes H$ egy olyan $H \leq GL(V)$ csoportra, amelyre nézve V irreducibilis, azaz nincs valódi, H-invariáns altere.

12. Tegyük fel, hogy $G = T_1 \times \cdots \times T_n$, ahol $T_1 \cong \cdots \cong T_n \cong T$ véges, nem Abel, egyszerű csoportok. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G-ben $T_1, \ldots, T_n$ az összes minimális normálosztó, és $\mathrm{Aut}(G) \cong \mathrm{Aut}(T) \wr S_n$.

Hf1. Legyen $T = T_{G\to H}$, és $x \in G$, $y \in N_G(H)$ tetszőleges. Bizonyítsuk be, hogy $(x^y)T = (xT)^y$.

Hf2. Legyen G egyszerű csoport, amelyre $|G| = p^2qr$, ahol p, q, r különböző prímek. Bizonyítsuk be, hogy $G \cong A_n$. (Útmutatás: A Burnside-féle p-komplementum-tétel alkalmazásával lássuk be, hogy p a legkisebb prím, és $|N_G(P)| = 12$ a P p-Sylowra.)

Hf3. Bizonyítsuk be, hogy a G primitív permutációcsoportra $1 \neq N \triangleleft G$ és $C_G(N) \neq 1$ esetén N és $C_G(N)$ is reguláris!