1. Bizonyítsuk be, hogy egy $g \in G$ elemmel való $\varphi_g : G \to G$ konjugálás, amelyre $x\varphi_g = g^{-1}xg$, automorfizmusa G-nek.

2. Bizonyítsuk be, hogy $\operatorname{Inn} G = \{\, \varphi_g \mid g \in G \,\} \lhd \operatorname{Aut} G$.

3. a) Bizonyítsuk be, hogy ha $\varphi \in \operatorname{Aut} G$, akkor minden $x \in G$-re $o(x\varphi) = o(x)$ (ahol $o(x)$ jelöli az x elem rendjét).
b) Adjunk példát olyan G csoportra és $g, h \in G$ elemekre, amelyekre $o(g) = o(h)$, de nincs olyan automorfizmusa G-nek, amely g-t h-ba viszi.

4. Bizonyítsuk be, hogy $a, b \in G$-re $o(ab) = o(ba)$.

5. Adjuk meg olyan a és b másodrendű egybevágóságait a síknak, amelyekre $o(ab) = 1, 2, 3, 300$, illetve ∞.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha $g^2 = 1\ \forall g \in G$, akkor G Abel.

7. Lássuk be, hogy ha G-nek generátorrendszere az $X \subseteq G$ részhalmaz, és $xy = yx\ \forall x, y \in X$, akkor G Abel.

8. Bizonyítsuk be, hogy minden prímnégyzet rendű csoport kommutatív.

9. Legyen $N \lhd G$, és $\varphi : G \to G/N$ az a homomorfizmus, amelyre $g\varphi = Ng$. Bizonyítsuk be, hogy
a) ha $\{\, Nx_i \mid i \in I \,\} \le G/N$, akkor $N \le \bigcup_{i \in I} Nx_i \le G$, és
b) ha $N \le H \le G$, akkor H a G néhány N szerinti mellékosztályának az uniója, és ezek a mellékosztályok G/N-nek részcsoportját adják.
c) Lássuk be, hogy az a),b)-ben szereplő megfeleltetés tartja a részcsoportok (egymásban vett) indexét, és normálosztónak normálosztó felel meg.
d) Mi egy tetszőleges K részcsoport képe a φ homomorfizmusnál?

10. Lássuk be, hogy tetszőleges véges $H, K \le G$ részcsoportok komplexusszorzatának elemszáma $|HK| = \dfrac{|H| \cdot |K|}{|H \cap K|}$. (A komplexusszorzat nem feltétlenül részcsoport!)

10. Rajzoljuk fel a D_4 diédercsoport részcsoporthálóját, jelöljük meg benne a normálosztókat, és állapítsuk meg, hogyan felelnek meg egymásnak a D_4 és a $D_4/Z(D_4)$ faktorcsoport részcsoportjai és normálosztói.

11. Bizonyítsuk be, hogy ha $|G| = 100$, akkor G 5-Sylow-részcsoportja normálosztó.

12. Mutassuk meg, hogy ha $|G| = 21$, akkor G Abel.

13. Bizonyítsuk be, hogy nincs 198 rendű egyszerű csoport.

14. Hány nem izomorf 99 rendű csoport van?

15. a) Bizonyítsuk be, hogy ha van olyan véges csoport, amelynek pontosan k konjugáltosztálya van, akkor 1 előáll k darab (nem feltétlenül különböző) pozitív egész szám reciprokának összegeként.
b) Határozzuk meg az összes olyan véges csoport rendjét, amelynek legföljebb 4 konjugáltosztálya van.

16. Hányadrendű lehet két 3-ciklus szorzata S_n-ben?

17. Mutassuk meg, hogy A_4-ben nincs 6-odrendű részcsoport.

18. Igazoljuk, hogy S_n-ben minden páratlan permutáció rendje páros.

19. Van-e olyan $x, y \in S_{2000}$, amelyre $[x, y] := x^{-1}y^{-1}xy = (12)$?