1. Lássuk be, hogy ha $p > q > r$ prímek, és $|G| = pq$ vagy $|G| = pqr$, akkor G p-Sylowja normálosztó!

2. Legyenek $p > q > r$ prímek, és $|G| = pqr$. Bizonyítsuk be, hogy pqr-nek minden pozitív d osztójához van G-nek d-edrendű részcsoportja.

3*. Milyen p és q prímekre van olyan p^2q rendű csoport, amelynek nincs pq rendű részcsoportja?

4. Legyen G véges csoport. Bizonyítsuk be, hogy G akkor és csak akkor ciklikus, ha minden m pozitív egészre az $x^m = 1$ egyenletnek G-ben legföljebb m megoldása van!

5. Határozzuk meg a következő csoportok automorfizmuscsoportját!

a) D_4 b) Q kvaterniócsoport c) S_4

6. Legyen $H < G$, $\Omega = \{\, Hx \,|\, x \in G \,\}$, és $\varphi : G \to S_\Omega$ a G elemeivel való jobbszorzás mint Ω-n vett csoporthatás. Bizonyítsuk be, hogy φ magja G-nek H-ban levő legnagyobb normálosztója!

7. Bizonyítsuk be, hogy nincs 120 elemű egyszerű csoport!

8. Bizonyítsuk be, hogy $Z(S_n) = 1$, ha $n \geq 3$.

9. Mutassuk meg, hogy minden tranzitív kommutatív permutációcsoport reguláris, azaz az egységelemtől különböző elemei fixpontmentesek.

10. Hányféleképpen lehet kiszínezni egy szabályos nyolcszög csúcsait pirossal és kékkel, ha pontosan három csúcsnak lehet piros a színe, és

a) a forgatással egymásba vihető színezéseket azonosnak tekintjük, illetve

b) a forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető színezéseket azonosnak tekintjük.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy egy legalább kételemű tranzitív permutációcsoportnak mindenképpen van fixpontmentes eleme.

Hf2. Legyen $G = C_p \rtimes H$, ahol p prím. Bizonyítsuk be, hogy G-nek van prím rendű faktorcsoportja!