

1. Bizonyítsuk be, hogy ha p a $|G|$ legkisebb prímosztója, és a G p -Sylowja ciklikus, akkor G -ben van normál p -komplementum!

Egy G csoport metaciklikus, ha G' és G/G' ciklikus.

2. Lássuk be, hogy minden véges, nilpotens, metaciklikus csoport ciklikus!
3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy G véges csoport minden Sylow-részcsoporthja ciklikus, akkor G metaciklikus!
4. Tegyük fel, hogy a véges G csoport minden Sylowja ciklikus, és $M \triangleleft N \triangleleft G$. Bizonyítsuk be, hogy $M \triangleleft G$.
5. Legyen $G \geq H \geq K$, és $|G : K| < \infty$. Mutassuk meg, hogy $T_{G \rightarrow H}^* \cdot T_{H \rightarrow K}^* = T_{G \rightarrow K}^*$, ahol $T_{G \rightarrow H}^* : G/G' \rightarrow H/H'$ a $T_{G \rightarrow H} : G \rightarrow H/H'$ által indukált homomorfizmust jelöli.
6. Lássuk be, hogy $|\Omega| \geq k$ -ra $G \leq S_\Omega$ akkor és csak akkor k -tranzitív, ha G tranzitív, és G_α $(k-1)$ -tranzitív az $\Omega \setminus \{\alpha\}$ -n valamely/bármely $\alpha \in \Omega$ -ra!
7. Milyen n és q esetén lehet az $V = \mathbb{F}_q^n$ vektortér $AGL(V)$ affin csoportja k -tranzitív valamely $k > 2$ -re?

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy a $K \cup \{\infty\}$ halmazon ható $\left\{ x \rightarrow \frac{ax+b}{cx+d} \mid ad-bc \neq 0 \right\}$ csoport minden K test esetén szigorúan 3-tranzitív.

- Hf2.** a) Számítsuk ki $\text{Aut}(C_p \times C_p)$ rendjét, ha p prím.
 b) Bizonyítsuk be, hogy ha egy páratlan rendű csoport legkisebb prímmel tartozó p -Sylowja p^2 rendű, akkor a csoportban van normál p -komplementum.