1. Határozzuk meg ekvivalencia erejéig az összes olyan tranzitív permutációcsoportot, amely izomorf S_4-gyel!

2. Tegyük fel, hogy $G \leq S_\Omega$ primitív, és $|G|$ nem prím. Bizonyítsuk be, hogy minden $\alpha, \beta \in \Omega$-ra $\alpha \neq \beta$ esetén $\langle G_\alpha, G_\beta \rangle = G$.

3. a) Bizonyítsuk be, hogy ha az invertálás automorfizmusa egy G csoportnak, akkor G Abel-csoport.

b) Legyen G véges csoport, és $\sigma \in \operatorname{Aut} G$ másodrendű, a $G \setminus \{ 1 \}$-en fixpontmentesen ható automorfizmus. Lássuk be, hogy ekkor G páratlan rendű Abel-csoport, és σ az invertálás.

Egy $G \leq S_n$ permutációcsoport $\frac{1}{2}$-tranzitív, ha minden orbitja ugyanakkora.
G $k + \frac{1}{2}$-tranzitív, ha G k-tranzitív, és $G_{1,2,\ldots,k}$ $\frac{1}{2}$-tranzitív a többi elemen.

4. Tegyük fel, hogy $G \leq S_n$ 2-tranzitív. Bizonyítsuk be, hogy G-nek minden nem triviális normálosztója $\frac{3}{2}$-tranzitív.

5. Legyen $G \leq S_n$ primitív, és tegyük fel, hogy G-nek nincs reguláris normálosztója, továbbá, hogy G_α egyszerű. Bizonyítsuk be, hogy G is egyszerű!

6. Legyen $N \triangleleft G$ reguláris normálosztó a $G \leq S_n$ permutációcsoportban. Bizonyítsuk be, hogy a $H = G_\alpha$ stabilizátorral $G = N \rtimes H$, és H hatása a konjugálással az N-en ekvivalens a H természetes hatásával az $\{ 1, 2, \ldots, n \}$ halmazon!

7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 4-tranzitív $G \leq S_n$ csoportnak van reguláris normálosztója, akkor $n = 4$, és $G = S_4$.

8. Az 5. és 7. feladat eredményét felhasználva adjunk új bizonyítást arra, hogy A_n egyszerű, ha $n > 4$.

9. Hány eleme van a $GL_n(q)$, $SL_n(q)$ és $PSL_n(q)$ csoportoknak?

10. Mi az $SL_2(3)$ 2-Sylowja? Bizonyítsuk be, hogy $SL_2(3) \not\cong S_4$.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy egy véges reguláris csoport akkor és csak akkor primitív, ha prím rendű.

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy $SL_2(5)$ 2-Sylowja izomorf a kvaterniócsoporttal!