

1. Bizonyítsuk be a következő izomorfákat:

$$PSL_2(2) \cong S_3 \quad PSL_2(3) \cong A_4 \quad PSL_2(4) \cong A_5$$

2. Bizonyítsuk be, hogy $PSL_3(4)$ -nek nincs 15-ödrendű eleme, így $|PSL_3(4)| = |A_8|$, de $PSL_3(4) \not\cong A_8$.

3. Bizonyítsuk be, hogy $F(x, y)$ -ban $\langle x, y^{-1}xy, y^{-2}xy^2, y^{-3}xy^3, \dots \rangle$ végtelen rangú egyszerű csoport.

4. a) Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y \mid x^2 = y^2 = 1, xyxy = yxyx \rangle \cong D_4$.

b) Hány elemű a $\langle x, y, z \mid x^2 = y^2 = z^3 = 1, xy = yx, z^{-1}xz = y, z^{-1}yz = xy \rangle$ csoport?

c) Lássuk be, hogy $\langle x, y \mid x^2 = y^2 = 1 \rangle$ minden véges nem kommutatív homomorf képe izomorf valamelyik diéder csoporttal.

5. Adjuk meg S_4 -et definiáló relációkkal úgy, hogy a generátorelemek transzpozícióknak feleljenek meg! Adjuk meg A_5 -öt hasonlóképpen 3-ciklusokkal generálva!

6. Bizonyítsuk be, hogy

a) $\langle x, y \mid y^{-1}xy = x^2, x^{-1}yx = y^2 \rangle = 1$;

b)* $\langle x, y, z \mid y^{-1}xy = x^2, z^{-1}yz = y^2, x^{-1}zx = z^2 \rangle = 1$.

7. Adjuk meg definiáló relációkkal a következő csoportokat:

a) $C_2 \times C_2 \times C_4$

b) $C_3 \times C_8$

c) Q

8. Adjunk meg

a) 3 rangú részcsoportot $F(x, y)$ -ban;

b) 4 rangú részcsoportot $F(x, y, z)$ -ben!

Van-e ilyen véges indexű részcsoport?

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy 1-nél nagyobb rangú szabad csoport centruma triviális.

Hf2. Hány elemű az $\langle x, y \mid x^5 = y^3 = 1, x^{-1}yx = y^2 \rangle$ csoport?