

Csoportelmélet összefoglaló

2016 tavasz

Csoportok felépítése Direkt szorzat részcsoporthatás, Krull–Schmidt-tétel. szemidirekt szorzat, **(T)** Schur–Zassenhaus-tétel Abel esete. $\text{Aut } C_n$.

Permutációcsoportok Csoportthatás, hűségesség, hatás, orbit és stabilizátor. **(T)** Burnside-lemma (a fixpontokról). **(T)** $C_{S_n}(A_n) = 1$, ha $n \geq 4$. S_n normálosztói, kis indexű részcsoporthatásai, **(T)** $\text{Aut } S_n \cong S_n$, ha $n \geq 7$.

Kommutátor-részcsoporthatás Kommutátorelem, két részcsoporthatás kommutátora, G' és a tulajdonságai, kommutátorlánc.

Feloldható csoportok Normállánc, feloldhatósági hossz. Mire öröklődik a feloldhatóság? Burnside tétele a $p^\alpha q^\beta$ rendű csoportokról. Hall-részcsoporthatások, Sylow-bázisok. **(T)** A feloldhatóság Hall-féle ekvivalensei. **(T)** Hall-tételek. Feit–Thompson-tétel.

Nilpotens csoportok Centrállánc, nilpotens csoport, felső centrállánc, ferde kommutátorlánc, **(T)** centrálláncok összehasonlítása, nilpotenciahossz. Mire öröklődik a nilpotencia? **(T)** A nilpotencia ekvivalensei. **(T)** Schur–Zassenhaus-tétel, általános eset.

Frattini-részcsoporthatás, p -csoportok Frattini-részcsoporthatás ($\Phi(G)$), $\Phi(G)$ jellemzése, **(T)** $\Phi(G)$ és a nilpotencia, **(T)** $G/\Phi(G)$ leírása p -csoportokra, **(T)** p^n rendű csoport maximális nilpotenciahossza. Hamilton-csoportok.

Transzfer Transzfer definíciója, tulajdonságai, gT felírása g -hatványok konjugáltjaival, transzfer a centrumba. **(T)** Végesen generált csoport véges indexű részcsoporthatása. **(T)** Schur-tétel ($|G : Z(G)| < \infty \Rightarrow |G'| < \infty$). **(T)** Burnside-féle p -komplementum-tétel. **(T)** Minden négyzetmentes rendű csoport feloldható, sőt metaciklikus.

Tranzitív és primitív permutációcsoportok k -tranzitivitás, GL , AGL , SL , PGL , PSL . Primitív és imprimitív csoportok, **(T)** a primitivitás ekvivalens feltételei. **(T)** Primitív csoport normálosztója. Tranzitív és primitív csoportthatások, koszorúszorzat. Reguláris és szigorúan k -tranzitív csoportok. **(T)** Jordan tétele a szigorúan k -tranzitív csoportokról ($k \geq 4$) **(T)** M_{11} egyszerűsége. $PSL_n(q)$ milyen n -re és q -ra egyszerű?

Szabad csoportok, relációkkal definiált csoportok Szabad csoport konstrukciója szavakból, szabad csoport jellemzése, szabad Abel-csoport, **(T)** izomorf szabad csoportok rangja megegyezik. Definiáló relációk, Dyck-tétel. Cayley-gráfok, szabad csoport Cayley-gráfja, **(T)** Nielsen–Schreier-tétel: szabad csoport részcsoporthatása szabad. **(T)** Véges rangú szabad csoport véges indexű részcsoporthatásának rangja. **(T)** Szabad Abel-csoport részcsoporthatása is szabad.