

1. Tegyük föl, hogy a  $G \leq S_\Omega$  permutációcsoport tranzitívan hat az  $\Omega$  alaphalmaz 2-elemű részhalmazain, és  $|\Omega| \geq 3$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G$  tranzitív, sőt primitív  $\Omega$ -n.
2. Bizonyítsuk be, hogy a  $G = \langle x, y \mid y^{-1}xy = x^2, y^3 = 1 \rangle$  csoport véges. Határozzuk meg  $G$  rendjét!
3. Írjuk le mindazokat a véges egyszerű (irányítatlan) gráfokat, amelyeknek az automorfizmuscsoportja 2-tranzitív a csúcsokon, illetve 2-tranzitív az éleken!
4. Bizonyítsuk be, hogy  $F(x, y)$ -ban az  $x^2$  által generált normálosztó végtelen rangú!
5. Határozzuk meg az  $GL_2(7)$  csoport 3-Sylowjának izomorfiatípusát.
6. Bizonyítsuk be (a Feit–Thompson-tétel alkalmazása nélkül), hogy ha  $G$  véges nem kommutatív egyszerű csoport,  $p$  osztója  $|G|$ -nek, és  $G$   $p$ -Sylowja ciklikus, akkor  $(|G|, p - 1) > 1$ .

1. Tegyük föl, hogy a  $G \leq S_\Omega$  permutációcsoport tranzitívan hat az  $\Omega$  alaphalmaz 2-elemű részhalmazain, és  $|\Omega| \geq 3$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G$  tranzitív, sőt primitív  $\Omega$ -n.
2. Bizonyítsuk be, hogy a  $G = \langle x, y \mid y^{-1}xy = x^2, y^3 = 1 \rangle$  csoport véges. Határozzuk meg  $G$  rendjét!
3. Írjuk le mindazokat a véges egyszerű (irányítatlan) gráfokat, amelyeknek az automorfizmuscsoportja 2-tranzitív a csúcsokon, illetve 2-tranzitív az éleken!
4. Bizonyítsuk be, hogy  $F(x, y)$ -ban az  $x^2$  által generált normálosztó végtelen rangú!
5. Határozzuk meg az  $GL_2(7)$  csoport 3-Sylowjának izomorfiatípusát.
6. Bizonyítsuk be (a Feit–Thompson-tétel alkalmazása nélkül), hogy ha  $G$  véges nem kommutatív egyszerű csoport,  $p$  osztója  $|G|$ -nek, és  $G$   $p$ -Sylowja ciklikus, akkor  $(|G|, p - 1) > 1$ .

1. Tegyük föl, hogy a  $G \leq S_\Omega$  permutációcsoport tranzitívan hat az  $\Omega$  alaphalmaz 2-elemű részhalmazain, és  $|\Omega| \geq 3$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G$  tranzitív, sőt primitív  $\Omega$ -n.
2. Bizonyítsuk be, hogy a  $G = \langle x, y \mid y^{-1}xy = x^2, y^3 = 1 \rangle$  csoport véges. Határozzuk meg  $G$  rendjét!
3. Írjuk le mindazokat a véges egyszerű (irányítatlan) gráfokat, amelyeknek az automorfizmuscsoportja 2-tranzitív a csúcsokon, illetve 2-tranzitív az éleken!
4. Bizonyítsuk be, hogy  $F(x, y)$ -ban az  $x^2$  által generált normálosztó végtelen rangú!
5. Határozzuk meg az  $GL_2(7)$  csoport 3-Sylowjának izomorfiatípusát.
6. Bizonyítsuk be (a Feit–Thompson-tétel alkalmazása nélkül), hogy ha  $G$  véges nem kommutatív egyszerű csoport,  $p$  osztója  $|G|$ -nek, és  $G$   $p$ -Sylowja ciklikus, akkor  $(|G|, p - 1) > 1$ .