1. Bizonyítsuk be, hogy egy kocka egybevágóságainak csoportja izomorf $S_4 \times C_2$-vel!

2. Keressünk minimális fokú tranzitív, ill. nem feltétlenül tranzitív hűséges permutáció-reprezentációt a következő csoportokhoz!

a) C_{10} b) D_6 c) $\langle a \rangle \rtimes \langle b \rangle \cong C_5 \rtimes C_4$, ahol $a^b = a^2$

3. Bizonyítsuk be, hogy ha $G \leq S_n$ $(n \geq 5)$, és $|S_n : G| < n$, akkor $G = A_n$ vagy S_n.

4. Tekintsük az S_5 hatását a konjugálással az 5-Sylowjain! Bizonyítsuk be, hogy ez az S_5-nek olyan beágyazását adja S_6-ba, ahol S_5 képének harmadrendű elemei fixpontmentesek. Tehát S_6-nak van 6 indexű részcsoportja a stabilizátorokon kívül.

5. Bizonyítsuk be, hogy
a) ha $|G| = pq$ vagy $|G| = p^2q$ valamely p, q prímekre, akkor G feloldható;
b) minden 270-elemű csoport feloldható.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 60-adrendű csoportban van 15-ödrendű elem, akkor az 5-Sylow normálosztó G-ben. Hány 15-ödrendű elem lehet a csoportban. Adjunk példát is mindegyik esetre!

Legyen $\Omega^{(k)} = \{(\alpha_1, \ldots, \alpha_k) \mid \alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \Omega$ *különbözők*$\}$. *Egy* Ω*-n ható permutáció-csoport vagy csoporthatás* k*-tranzitív, ha tranzitív az* $\Omega^{(k)}$ *halmazon.*

7. Lássuk be, hogy $|\Omega| \geq k$-ra $G \leq S_\Omega$ akkor és csak akkor k-tranzitív, ha G tranzitív, és G_α $(k-1)$-tranzitív az $\Omega \setminus \{\, \alpha \,\}$-n valamely/bármely $\alpha \in \Omega$-ra!

8. Milyen k-ra k-tranzitív S_n és A_n?

9. Milyen n és q esetén lehet a $V = \mathbb{F}_q^n$ vektortér $AGL(V)$ affin csoportja k-tranzitív valamely $k > 2$-re?

Hf1. Legyen G_k $(k = 1, 3, 5, 7)$ a $\langle a \rangle \cong C_8$ és $\langle b \rangle \cong C_2$ csoportok szemidirekt szorzata, ahol $b^{-1}ab = a^k$. Hány másod-, negyed-, illetve nyolcadrendű elem van az egyes csoportokban?

Hf2. Legyen G véges csoport, és $H \leq G$ p-részcsoport. Bizonyítsuk be, hogy G-ben a H részcsoportot tartalmazó p-Sylowok száma $\equiv 1 \pmod p$, és a H-t normálosztóként tartalmazó p-Sylowok száma is (ha van ilyen) $\equiv 1 \pmod p$.