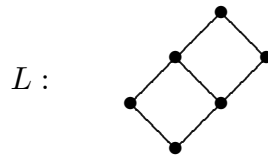


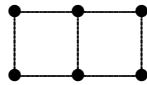
## Gyakorlati kérdések

1. a) Állítsuk elő az alábbi  $L$  hálót minél kisebb halmaz hatványhalmazának részhalójaként, illetve valamely csoport részcsoporthálójaként!  
 b) Disztributív-e, moduláris-e, komplementumos-e az  $L$ ? (Komplementumos, ha  $\forall a \in L \exists a' \in L : a \wedge a' = 0, a \vee a' = 1$ .)



(10 pont)

2. Bizonyítsuk be, hogy minden  $p^3q$  rendű nilpotens csoportban (ahol  $p \neq q$  prímelek) a  $p$ -edrendű elemek csak 1- vagy  $p$ -elemű konjugáltosztályokban lehetnek! (Mekkora lehet egy  $p$ -edrendű elem centralizátora?) (10 pont)
3. Mekkora az alábbi gráf automorfizmuscsoportja? Hányféleképpen lehet két színnel színeznünk a csúcsokat, ha az automorfizmussal egymásba vihető színzéseket nem tekintjük különbözőeknek? (Egyszínűek is lehetnek éllel összekötve!)



(10 pont)

## Elméleti kérdések

4. Melyik igaz az alábbi két állítás közül? Amelyik nem igaz, arra adjunk ellenpéldát!  
 (A)  $H \triangleleft K \text{ char } G \Rightarrow H \triangleleft G$   
 (B)  $H \text{ char } K \triangleleft G \Rightarrow H \triangleleft G$  (5 pont)
5. Mondjuk ki a következő definíciókat és tételeket!  
 a) definíció: feloldhatóság  
 b) definíció: egész elemű mátrix Smith-normálalakja  
 c) tétel: disztributivitás jellemzése részhalókkal  
 d) tétel: részcsoporthatározórendszerének előállítása (8 pont)
6. a) Mondjuk ki és bizonyítsuk be véges nilpotens csoportban a részcsoporthatározóról szóló állítást. Mit mondhatunk ennek alapján a maximális részcsoporokról?  
 b) Mondjuk ki és bizonyítsuk be a Burnside-lemmát! (10+7 pont)