

1. Legyen G a kocka egybevágósági csoportja. Ezt tekinthetjük S_8 részcsoporthatásnak is a csúcson való hatással.
 - a) Mi a G rendje?
 - b) Hány orbitja van G -nek, ha
 - b1) a kételemű csúshalmazokon hattatjuk;
 - b2) a háromelemű csúshalmazokon hattatjuk?
 - c) Hány elemű orbitjai vannak a G hatásának a kocka teljes felszínén?
 2. Bizonyítsuk be, hogy egy legalább két elemen ható tranzitív csoportthatásban van fixpontmentes elem.
 3. Hányféleképpen tudjuk feketére színezni egy 3×3 -as négyzetháló (táblázat) három kis négyzetét, ha azonosaknak tekintjük azokat a színezéseket, amelyeket forgatással vagy tükrözéssel megkaphatunk egymásból? És ha csak a forgatással egymásba vihető színezéseket tekintjük azonosnak?
 4. Bizonyítsuk be, hogy egy kocka egybevágóságainak csoportja izomorf $S_4 \times C_2$ -vel!
 5. Keressünk minimális fokú tranzitív, ill. nem feltétlenül tranzitív hűségű permutáció-reprezentációt a következő csoportokhoz!
 - a) C_{10}
 - b) D_6
 - c) $\langle a \rangle \rtimes \langle b \rangle \cong C_5 \rtimes C_4$, ahol $a^b = a^2$
 6. Tekintsük az S_5 hatását a konjugálással az 5-Sylowjain! Bizonyítsuk be, hogy ez az S_5 -nek olyan beágyazását adja S_6 -ba, ahol S_5 képének harmadrendű elemei fixpontmentesek. Tehát S_6 -nak van 6 indexű részcsoporthatás a stabilizátorokon kívül.
 7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 60-adrendű csoportban van 15-ödrendű elem, akkor az 5-Sylow normálosztó G -ben. Hány 15-ödrendű elem lehet a csoportban? Adjunk példát is mindegyik esetre!
 8. Hány nem izomorf 12-edrendű csoport van? Keressünk mindegyikhez vele izomorf permutációcsoportot!
- Legyen $\Omega^{(k)} = \{(\alpha_1, \dots, \alpha_k) \mid \alpha_1, \dots, \alpha_k \in \Omega \text{ különbözők}\}$. Egy Ω -n ható permutáció-csoport vagy csoportthatás k -tranzitív, ha tranzitív az $\Omega^{(k)}$ halmazon.*
9. Lássuk be, hogy $|\Omega| \geq k$ -ra $G \leq S_\Omega$ akkor és csak akkor k -tranzitív, ha G tranzitív, és G_α $(k-1)$ -tranzitív az $\Omega \setminus \{\alpha\}$ -n valamely/bármely $\alpha \in \Omega$ -ra!
 10. A $V = \mathbb{F}_q^n$ vektortér $AGL(V) = \{x \mapsto Ax + b \mid A \in GL(V), b \in V\}$ affin csoportja milyen n és q esetén lehet k -tranzitív valamely $k \geq 2$ -re?
- Hf1.** Hányféleképpen lehet egy 4×4 -es kis négyzetből álló négyzetben négy mezőt beszínezni, ha az elforgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető színezéseket azonosnak tekintjük?
- Hf2.** Legyen G véges csoport, és $H \leq G$ p -részcsoporthatás. Bizonyítsuk be, hogy G -ben a H részcsoporthatást tartalmazó p -Sylowok száma $\equiv 1 \pmod{p}$, és a H -t normálosztóként tartalmazó p -Sylowok száma is (ha van ilyen) $\equiv 1 \pmod{p}$.