1. Bizonyítsuk be, hogy S_n és A_n kommutátorrészcsoportja is A_n, ha $n \geq 5$.

2. Mutassuk meg, hogy egy $H \leq G$ részcsoportra $[H, G'] = 1$ esetén $[H', G] = 1$.

3. Bizonyítsuk be, hogy minden véges csoportnak van egy legnagyobb (azaz minden más ilyet tartalmazó) feloldható normálosztója.

4. Határozzuk meg a $\mathbb{Z}_3$ test fölötti 3×3-as invertálható felső háromszögmátrixok csoportjának kommutátorláncát, és a kommutátorlánc faktorainak izomorfiatípusát.

5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy G feloldható csoport feloldhatósági hosszát $s(G)$-vel jelöljük, akkor $N \lhd G$-re $\max(s(N), s(G/N)) \leq s(G) \leq s(N) + s(G/N)$. Mutassunk példát arra, amikor valamelyik egyenlőtlenség egyenlőséggel teljesül.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha p, q prímek, akkor minden pq, pq^2, illetve pq^3 rendű csoport feloldható.

7. a) Rajzoljuk fel az A_4 alternáló csoport részcsoporthálóját! Hány különböző kompozíciólánca van A_4-nek?
b) Hány különböző kompozíciólánca van a szintén 12-elemű D_6 diédercsoportnak?

8. Milyen π-re vannak az S_5 és S_6 szimmetrikus csoportoknak π-Hall-részcsoportjai? Melyik π-re hány π-Hall részcsoport van S_5-ben?

Hf1. Lássuk be, hogy ha $N \lhd G$, és $N \cap G' = 1$, akkor $N \leq Z(G)$.

Hf2. Legyen G az $\begin{bmatrix} a & 0 & d \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ alakú invertálható valós mátrixok csoportja a szorzásra nézve. Határozzuk meg G kommutátor-részcsoportját!