1. Legyen G a kocka egybevágósági csoportja. Ezt tekinthetjük S_8 részcsoportjának is a csúcsokon való hatással.
 a) Mi a G rendje?
 b) Hány orbitja van G-nek, ha
  b1) a kételemű csúcshalmazokon hattatjuk;
  b2) a háromelemű csúcshalmazokon hattatjuk?
 c) Hány elemű orbitjai vannak a G hatásának a kocka teljes felszínén?

2. Bizonyítsuk be, hogy egy legalább két elemen ható tranzitív csoporthatásban van fixpontmentes elem.

3. Hányféleképpen tudjuk feketére színezni egy 3×3-as négyzetháló (táblázat) három kis négyzetét, ha azonosaknak tekintjük azokat a színezéseket, amelyeket forgatással vagy tükrözéssel megkaphatunk egymásból? És ha csak a forgatással egymásba vihető színezéseket tekintjük azonosnak?

4. A Burnside-lemma segítségével számoljuk meg, hány 4 csúcsú irányított gráf létezik izomorfia erejéig.

5. Keressünk minimális fokú tranzitív, ill. nem feltétlenül tranzitív hűséges permutációreprezentációt a következő csoportokhoz!
 a) C_{10} b) D_6 c) $\langle a \rangle \rtimes \langle b \rangle \cong C_5 \rtimes C_4$, ahol $a^b = a^2$

Egy G csoport X és Y halmazon való csoporthatását ekvivalensnek mondjuk, ha van olyan $\alpha : X \to Y$ bijekció, hogy $(xg)\alpha = (x\alpha)g$ minden $x \in X$-re és $g \in G$-re.
Általánosabban: G-nek az X-en való csoporthatása ekvivalens H-nak az Y-on való csoporthatásával, ha van olyan $\varphi : G \to H$ izomorfizmus és $\alpha : X \to Y$ bijekció, amelyre $(xg)\alpha = (x\alpha)(g\varphi)$ $\forall x \in X,\ g \in G$.

6. Bizonyítsuk be, hogy egy G csoportnak egy Ω-n definiált tranzitív csoporthatása ekvivalens tetszőleges $\alpha \in \Omega$ elemre a G_α stabilizátor mellékosztályain való jobbszorzás hatásával.

7. Legyen $G \le S_\Omega$, és tegyük fel, hogy $N \triangleleft G$ tranzitív normálosztó, amelyre $N \cap G_\alpha = 1$ valamely $\alpha \in \Omega$-ra. Lássuk be, hogy
 a) $N \cap G_\beta = 1$ minden $\beta \in \Omega$-ra;
 b) N reguláris, azaz minden $\beta, \gamma \in \Omega$-ra egyetlen $g \in N$ elem létezik, hogy $\beta g = \gamma$;
 c) G_α hatása az N-en a konjugálással ekvivalens a G_α hatásával az Ω-n.

8. Legyen A a G véges csoport automorfizmuscsoportja, és tekintsük A-t permutációcsoportnak az $\Omega = G \setminus \{ 1 \}$ halmazon. Mutassuk meg, hogy
 a) A tranzitív $\Leftrightarrow$ $G \cong C_p \times \cdots \times C_p$ valamely p prímre;
 b) A 2-tranzitív $\Leftrightarrow$ $G \cong C_3$ vagy $G \cong C_2 \times \cdots \times C_2$;
 c) A 3-tranzitív $\Leftrightarrow$ $G \cong C_2 \times C_2$;
 d) A nem lehet 4-tranzitív.

Hf1. Hányféleképpen lehet egy 4×4-es kis négyzetből álló négyzetben négy mezőt beszínezni, ha az elforgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető színezéseket azonosnak tekintjük?

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy a $K \cup \{ \infty \}$ halmazon ható

$$\left\{ x \to \frac{ax+b}{cx+d} \;\middle|\; a, b, c, d, \in K,\ ad - bc \neq 0 \right\}$$

csoport minden K test esetén 3-tranzitív.
(Úgy tekintjük, hogy $(a\infty + b)/(c\infty + d) = a/c$, ha $c \neq 0$, és ∞, ha $c = 0$ (és így $a \neq 0$), továbbá $y/0 = \infty$, ha $y \neq 0$.)