

- Legyen A egy 10×10 -es valós mátrix. Jelölje r_i az A^i rangját. Lehet-e az (r_1, r_2, \dots) sorozat egyenlő az alábbiakkal?
 - $(5, 6, \dots)$,
 - $(9, 8, 7, \dots, 4, 4, \dots)$,
 - $(10, 9, 8, \dots)$,
 - $(8, 5, \dots)$.
 - Adjuk meg annak a lineáris transzformációnak a standard mátrixát, amely az \mathbb{R}^3 standard bázisának elemeit rendre a megadott $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ vektorokba viszi.
 - Adjunk meg olyan lineáris transzformációt \mathbb{R}^3 -ben (ha létezik), amely a $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3$ vektorokat a $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ vektorokba viszi, ahol $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (0, -1, 1)$, $\mathbf{v}_3 = (2, -1, 3)$, és
 - $\mathbf{w}_1 = (1, 0, 2)$, $\mathbf{w}_2 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{w}_3 = (1, 1, 2)$;
 - $\mathbf{w}_1 = (1, 0, 2)$, $\mathbf{w}_2 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{w}_3 = (3, 1, 5)$;
 - $\mathbf{w}_1 = (1, 0, 2)$, $\mathbf{w}_2 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{w}_3 = (2, 1, 3)$;
 - Mibe viszi az $xy + z = 0$ felületet az a lineáris transzformáció, amelynek mátrixa $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$?
 - Határozzuk meg a következő mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait.
 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
 - Legyen V a legfeljebb másodfokú valós polinomok tere, és $f(p(x)) = xp'(x) - p(x)$ a V egy lineáris transzformációja. Határozzuk meg f rangját, magterét, képterét, sajátértékeit és sajátvektorait.
 - Melyek igazak egy V vektortér minden f lineáris transzformációjára?
 - \mathbf{v} sajátvektora f -nek $\Rightarrow \mathbf{v}$ sajátvektora f^2 -nek
 - \mathbf{v} sajátvektora f^2 -nek $\Rightarrow \mathbf{v}$ sajátvektora f -nek
 - 0 sajátértéke f^2 -nek \Rightarrow 0 sajátértéke f -nek
 - μ^2 sajátértéke f^2 -nek $\Rightarrow \mu$ vagy $-\mu$ sajátértéke f -nek.
 - Mi lehet az A mátrix Jordan-féle normálalakja, ha a következőket tudjuk a $k_A(x)$ karakterisztikus polinomjáról, az $m_A(x)$ minimálpolinomjáról, és a V_λ sajátaltérről?
 - $k_A(x) = (x - 5)^5$, $m_A(x) = (x - 5)^3$, $\dim V_5 = 2$;
 - $k_A(x) = x^2(x - 3)^3$, $m_A(x) = x(x - 3)$
 - $k_A(x) = x(x + 1)(x - 1)$
 - Bizonyítsuk be, hogy minden mátrix hasonló a transzponáltjához.
 - Számítsuk ki a $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ mátrix n -edik hatványát!
 - Bizonyítsuk be, hogy egy valós négyzetes A mátrix akkor és csak akkor ortogonális (azaz $A^{-1} = A^T$), ha az oszlopvektorok ortonormált rendszert alkotnak (illetve, ha a sorok ortonormált rendszert alkotnak).
 - Önadjungáltak, unitérek-e az $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1+i \\ 1-i & 1 \end{bmatrix}$ és az $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ komplex mátrixok?
 - Határozzuk meg az $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ mátrixú valós bilineáris függvényhez tartozó kvadratikus alak mátrixát és jellegét! Alkalmass bázisban írjuk a kvadratikus alakot négyzetösszeg alakba.
 - Határozzuk meg az A mátrix Jordan-féle normálalakját, J -t, és az A^{100} , e^J , e^{3A} mátrixokat, ha
 - $\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$;
 - $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$;
 - $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.
- Hf1.** Határozzuk meg az $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!
- Hf2.** Adjuk meg az $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ mátrix Jordan-féle normálalakját, és számítsuk ki az A^{100} mátrixot.