

1. Adjuk meg az $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ mátrix QR -felbontását a Householder-módszerrel.
2. Írjuk fel az $M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 12 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ -9 & -12 & 0 \end{bmatrix}$ mátrix szinguláris érték szerinti felbontását, és általánosított inverzét!
3. Határozzuk meg az $M\mathbf{x} = (5, 100, 15, -75)$ egyenletrendszer legkisebb négyzetes hibát adó, legkisebb normájú megoldását az előző feladatbeli M együtthatómátrixszal. A közelítő megoldás mely \mathbf{b} vektor esetén lenne pontos megoldás?
4. Írjuk fel az $A = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{bmatrix}$ mátrix poláris felbontását, és adjunk a felbontásnak geometriai reprezentációt!
5. Legyen $A \in M_n[\mathbb{R}]$ egy n szögpontú irányítatlan gráf illeszkedési mátrixa azaz $a_{ij} = 1$ ha az i és j pontok össze vannak kötve éllel egyébként $a_{ij} = 0$.
 - a) Mutassuk meg hogy A szimmetrikus mátrix!
 - b) Mutassuk meg hogy A^2 i -edik sorának j -edik eleme azt adja meg hogy hányféle módon lehet i -ből j -be jutni két élet érintve.
 - c) Mi A^k jelentése?
6. Irreducibilisek-e a következő mátrixok?
 - a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 - b) $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 - c) $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
7. Legyen $P \in M_n[\mathbb{R}]$ permutációs mátrix azaz minden sorában és oszlopában pontosan egy db 1-es áll a többi 0.
 - a) Mutassuk meg, hogy P ortogonális mátrix.
 - b) Mutassuk meg, hogy egy mátrix P -vel való balszorozása a mátrix sorait, a P -vel való jobbszorozás a mátrix oszlopait permutálja.
 - c) Mivel kell A -t megszorozni és milyen oldalról hogy B -t kapjuk?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
8. Mutassuk meg, hogy egy mátrixnak pontosan akkor 1 minden sorösszege, ha a csupa 1-ből álló vektor a mátrixnak az 1 sajátértékhez tartozó jobboldali sajátvektora!
9. Mutassuk meg hogy ha egy nemnegatív elemű $A \in M_n[\mathbb{R}]$ mátrix valamely sajátértéke rajta van az egyik Gersgorin-kör kerületén, akkor mindegyik Gersgorin-kör kerületén rajta van!
10. Egy gráf páros, ha a szögpontjainak halmaza két olyan nem üres halmaz uniója, amely halmazokon belül nincs él, csak a két halmaz között.
 - a) Hogyan néz ki egy páros gráf illeszkedési mátrixa?
 - b) Mit jelent az ha egy páros gráf illeszkedési mátrixa permutációs mátrix?