

Munkaidő 60 perc
Minden példa 4 pont
A csoport

Haladó lineáris algebra zárthelyi

1. Adjuk meg az $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix
 - a) karakterisztikus és minimálpolinomját
 - b) determinánsosztóit és invariáns faktorait
 - c) Jordan-féle normálalakját
 - d) az $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$ differenciálegyenlet rendszer általános megoldását!
2.
 - a) Számítsuk ki a $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix általánosított inverzét!
 - b) Számítsuk ki a legjobban közelítő megoldásait az $B\mathbf{x} = \mathbf{c}$ egyenletrendszernek, ha $\mathbf{c} = [1, 2]^T$.
3.
 - a) Rajzoljuk fel az 1.-beli A mátrix Gersgorin köreit!
 - b) Jelöljük be a sajátértékeket és határozzuk meg a spektrálsugarát!
 - c) Határozzuk meg A euklideszi normáját!
 - d) Határozzuk meg A spektrális normáját!
4.
 - a) Adjunk meg egy bilineáris függvényt, melynek mátrixa a 1.-beli A mátrix. Határozzuk meg a definittségét!
 - b) Adjunk meg egy olyan bázist, amelyben a bilineáris függvény mátrixa diagonális, és írjuk fel ebben a bázisban a hozzá tartozó kvadratikus alakot!
5. Egy páros Γ gráfban minden pontból 3 él jön ki.
 - a) Mutassuk meg, hogy a gráf illeszkedési mátrixának $1/3$ -szorososa duplán sztochasztikus mátrix.
 - b) Mondjuk ki Birkhoff tételét!
 - c) Mutassuk meg, hogy van a Γ gráfban teljes párosítás!