Munkaidő 60 perc
Minden példa 4 pont
B csoport

Haladó lineáris algebra zárthelyi

1. Adjuk meg az $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix

a) karakterisztikus és minimálpolinomját
b) determinánsosztóit és invariáns faktorait
c) Jordan-féle normálalakját
d) az $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$ diffegyenlet rendszer általános megoldását!

2.

a) Rajzoljuk fel az 1.-beli A mátrix Gersgorin köreit!
b) Jelöljük be a sajátértékeket és határozzuk meg a spektrálsugarat!
c) Határozzuk meg A euklideszi normáját!
d) Határozzuk meg A spektrális normáját!

3. Számítsuk ki a $B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix szinguláris értékek szerinti felbontását!

4.

a) Írjuk fel a $(0, 1)$ és $(1, 0)$ **a** különbségvektorát, valamint az origón átmenő, **a** normálvektorú egyenesre való tükrözés mátrixát.
b) Housholder módszerrel bontsuk fel egy ortogonális és egy felső háromszög mátrix szorzatára a $C := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixot!

5. Legyen $F(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Határozzuk meg, hogy milyen valós x-ekre lesz $F(x)$ negatív definit mátrix!
b) Konvex-e az a)-beli halmaz? Válaszát indokolja!
c) Mondjuk ki a konvex függvény definícióját!