1. Legyenek ${}_SX_R$ és ${}_TY_R$ bimodulusok. Lássuk be, hogy $\mathrm{Hom}_R(X,Y)$ egy T-S-bimodulus, azaz bal T-modulus, jobb S-modulus, és a bal és jobb oldali gyűrűhatás felcserélhető!

2. Bizonyítsuk be, hogy $\mathrm{End}(R_R) \cong R$, ha az endomorfizmusokat balról írjuk!

3. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{Z}_n$ injektív mint önmaga fölötti modulus (használhatjuk a Baer-kritériumot)!

4. Legyen R nem feltétlenül egységelemes gyűrű, és tegyük fel, hogy az $I \lhd R$ ideál mint gyűrű egységelemes. Bizonyítsuk be, hogy ekkor I az R-nek mint gyűrűnek direkt összeadandója!

5. Bizonyítsuk be, hogy az $\mathbb{F}_2C_4$ csoportalgebra reguláris modulusa felbonthatatlan.

6. Bizonyítsuk be, hogy az $A = \mathbb{F}_2D_3$ csoportalgebra reguláris modulusában az $(1+f+f^2)A$ részmodulus direkt összeadandó (ahol D_3 a harmadfokú diédercsoport, és f ebben a $120°$-os forgatás). Hány dimenziós ez a részmodulus?

7. Legyen $A = K^{n\times n}$ a teljes mátrixalgebra.

a) Bizonyítsuk be, hogy $E_{11}, E_{22}, \ldots, E_{nn}$ páronként ortogonális idempotensek teljes rendszere!

b) Bizonyítsuk be, hogy az $A_A = \oplus_{i=1}^n E_{ii}A$ felbontás tagjai egyszerű, egymással izomorf modulusok!

Hf1. Injektív-e $\mathbb{Z}_2$ mint $\mathbb{Z}_4$-modulus, illetve $\mathbb{Z}_6$-modulus?

Hf2. Legyen $A \le K^{n\times n}$ a felső háromszögmátrixok algebrája. Bizonyítsuk be, hogy az $E_{11}, \ldots, E_{nn}$ idempotensek felhasználásával A_A direkt felbonthatatlan modulusok direkt összegére bomlik, de ezek a modulusok nem mind egyszerűek. Hány dimenziósak a direkt összeadandók?