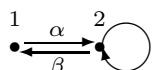


1. Bizonyítsuk be, hogy ha Γ véges gráf n csúccsal, és e_i az i . csúcsból kiinduló 0 hosszúságú út, akkor a $K\Gamma$ gráfalgebrában az $e_i K\Gamma$ részmodulusok direkt felbonthatatlanok (tehát e_i nem bontható fel $e_i K\Gamma$ -beli ortogonális idempotensek összegére), de $e_i K\Gamma$ -ban előfordulhat a 0-n és e_i -n kívül más idempotens is.

2. Adjuk meg az A algebra direkt felbonthatatlan projektív modulusainak Loewy-diagramját,

ha $A = K\Gamma/I$, ahol Γ :  és

a) $I = (\alpha\gamma, \gamma^2, \gamma\beta, \alpha\beta\alpha, \beta\alpha\beta)$;

b) $I = (\alpha\gamma^2, \gamma^2 - \beta\alpha, \alpha\beta)$.

3. Lehet-e az alábbi egy $K\Gamma/I$ algebra reguláris jobbmodulusának Loewy-diagramja? Ha igen, adjuk meg a Γ gráfot és az I ideálnak egy generátorrendszerét!

a) $\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix}$

b) $\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$

c) $\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \oplus 3$

4. Legyen $A = K\Gamma/I$ az az algebra, amelynek reguláris jobbmodulusa $A_A = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix}$.

Határozzuk meg az $\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$ modulus összes részmodulusát és az ezekkel vett faktorainak Loewy-diagramját!

5. Hány dimenziós az 3.b) feladatban megadott A algebra fölött a $\text{Hom}(\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix})$, illetve a $\text{Hom}(\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}, \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix})$ vektortér?

6. $A_A = \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \oplus 3$ reguláris modulusú algebra fölötti $X = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$ és $Y = \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$ modulus projektív feloldását, illetve a 4. feladatban szereplő modulus projektív feloldását!

Hf1. Írjuk fel az $A = K\Gamma/I$ algebra direkt felbonthatatlan projektív modulusainak Loewy-diagramját, ha

$$\Gamma : 1 \begin{matrix} \xrightarrow{\alpha} \\ \xleftarrow{\beta} \end{matrix} 2 \begin{matrix} \xrightarrow{\gamma} \\ \xleftarrow{\delta} \end{matrix} 3, \quad I = (\alpha\beta, \beta\alpha - \gamma\delta, \delta\beta, \delta\gamma).$$

Hf2. Legyen A az a gráfalgebra, amelynek reguláris modulusa $A_A = \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$. Adjuk meg a három egyszerű modulus projektív feloldását!