

1. Hozzuk trigonometrikus alakra az alábbi komplex számokat:
 - a) $1 + i$; b) -8 ; c) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; d) $1 - i \operatorname{tg} \alpha$; e) $\sin 12^\circ - i \cos 12^\circ$.
2. Számítsuk ki
 - a) a $(-\sqrt{3} + i)^{-9}$ komplex szám értékét, és hozzuk az eredményt algebrai alakra;
 - b) $-243i$ összes ötödik gyökét (trigonometrikus alakban);
 - c) a $z^6 - z^3 + 1 - i = 0$ egyenlet összes megoldását;
 - d) a $\bar{z} = z^n$ ($n \in \mathbb{N}$) egyenlet összes megoldását.
3.
 - a) Tetszőleges n természetes számra számítsuk ki $(1 + i)^n$ értékét.
 - b) Határozzuk meg az $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \binom{n}{6} + \dots$ összeg értékét.
 - c) Fejezzük ki $\cos(7x)$ -et $\cos x$ és $\sin x$ segítségével.
4. Adjuk meg $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényként (a szokásos algebrai műveletek és a konjugálás segítségével) az alábbi síktranszformációkat:
 - a) origo körüli α szögű forgatás;
 - b) $1 + i$ körüli 60° -os forgatás
 - c) Az x , illetve az y tengelyre való tükrözés;
5. Egy Mackó sajtos dobozban (amely eredetileg hat körcikk formájú sajtot tartalmazott) már csak három sajt van. Ezek elcsúsztak a dobozban, de a csúcsuk továbbra is a középpontnál van. Bizonyítsuk be, hogy a sajt nélküli körcikkhez tartozó húrok felezőpontjai szabályos háromszöget alkotnak!
6. Számítsuk ki az n -edik egységgyökök összegét, szorzatát és négyzetösszegét! Mi lehet a $\sum_{k=1}^n \varepsilon_k^r$ összeg értéke, ha $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ az n -edik egységgyökök, és $r \in \mathbb{N}$?
7. Határozzuk meg az $\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots$ összeg értékét.
8. Bizonyítsuk be, hogy egy m -edik és egy n -edik egységgyök szorzata maga is egységgyök.
9. Legyen ε primitív n -edik egységgyök. Milyen n esetén lesz primitív n -edik egységgyök $\bar{\varepsilon}$, ε^{-1} , $-\varepsilon$, illetve ε^2 ?
- Hf1.** Számítsuk ki a $-16\sqrt{3} + 16i$ komplex szám ötödik gyökeit. Legalább egyet írjunk algebrai alakba.
- Hf2.** Bizonyítsuk be, hogy egy egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogójának különböző csúcsainál vett harmadoló, illetve negyedelő pontja által alkotott szakasz 45° -os szög alatt látszik a háromszög átellenes csúcsából!
- Hf3.** Mekkora szöget zárhat be egymással két egységgyök, ha az összegük is egységnyi hosszúságú? Mutassuk meg, hogy ekkor az összeg is egységgyök!