Lineáris algebra **1. zh** *2009. október 29.*

1. Tegyük föl, hogy az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ nem nulla térvektorokra $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\perp(\mathbf{b}+\mathbf{c})$ és $\mathbf{b}\perp(\mathbf{a}+\mathbf{c})$. Igazoljuk, hogy ekkor az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{c}$ vektorok tompaszöget zárnak be egymással.

2. Határozzuk meg azokat a 2×2-es valós X mátrixokat, amelyekre $X\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}X^T$. Bizonyítsuk be, hogy az ilyen X mátrixok minden 2×2-es A mátrixra kielégítik az $XA=AX^T$ egyenletet.

3. Oldjuk meg az $x^6+(1+2i)x^3-1+i=0$ egyenletet a komplex számok körében.

4. Mi lehet a rendje a $-\varepsilon^2$ komplex számnak, ha ε (nem feltétlenül primitív) 10-edik egységgyök?

5. Bontsuk föl irreducibilis polinomok szorzatára az $x^4-5x^3+6x^2-2$ polinomot $\mathbb{Q}[x]$-ben és $\mathbb{Z}_5[x]$-ben.

6. Adjuk meg azt a valós harmadfokú $g(x)$ polinomot, amely az 1, 2 és $1+i$ helyen ugyanazt az értéket veszi föl, mint az $f(x)=x^4-x+2$ polinom.

Lineáris algebra **1. zh** *2009. október 29.*

1. Tegyük föl, hogy az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ nem nulla térvektorokra $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\perp(\mathbf{b}+\mathbf{c})$ és $\mathbf{b}\perp(\mathbf{a}+\mathbf{c})$. Igazoljuk, hogy ekkor az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{c}$ vektorok tompaszöget zárnak be egymással.

2. Határozzuk meg azokat a 2×2-es valós X mátrixokat, amelyekre $X\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}X^T$. Bizonyítsuk be, hogy az ilyen X mátrixok minden 2×2-es A mátrixra kielégítik az $XA=AX^T$ egyenletet.

3. Oldjuk meg az $x^6+(1+2i)x^3-1+i=0$ egyenletet a komplex számok körében.

4. Mi lehet a rendje a $-\varepsilon^2$ komplex számnak, ha ε (nem feltétlenül primitív) 10-edik egységgyök?

5. Bontsuk föl irreducibilis polinomok szorzatára az $x^4-5x^3+6x^2-2$ polinomot $\mathbb{Q}[x]$-ben és $\mathbb{Z}_5[x]$-ben.

6. Adjuk meg azt a valós harmadfokú $g(x)$ polinomot, amely az 1, 2 és $1+i$ helyen ugyanazt az értéket veszi föl, mint az $f(x)=x^4-x+2$ polinom.

Lineáris algebra **1. zh** *2009. október 29.*

1. Tegyük föl, hogy az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ nem nulla térvektorokra $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\perp(\mathbf{b}+\mathbf{c})$ és $\mathbf{b}\perp(\mathbf{a}+\mathbf{c})$. Igazoljuk, hogy ekkor az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{c}$ vektorok tompaszöget zárnak be egymással.

2. Határozzuk meg azokat a 2×2-es valós X mátrixokat, amelyekre $X\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}X^T$. Bizonyítsuk be, hogy az ilyen X mátrixok minden 2×2-es A mátrixra kielégítik az $XA=AX^T$ egyenletet.

3. Oldjuk meg az $x^6+(1+2i)x^3-1+i=0$ egyenletet a komplex számok körében.

4. Mi lehet a rendje a $-\varepsilon^2$ komplex számnak, ha ε (nem feltétlenül primitív) 10-edik egységgyök?

5. Bontsuk föl irreducibilis polinomok szorzatára az $x^4-5x^3+6x^2-2$ polinomot $\mathbb{Q}[x]$-ben és $\mathbb{Z}_5[x]$-ben.

6. Adjuk meg azt a valós harmadfokú $g(x)$ polinomot, amely az 1, 2 és $1+i$ helyen ugyanazt az értéket veszi föl, mint az $f(x)=x^4-x+2$ polinom.