1. Melyik irreducibilis $\mathbb{Q}[x]$-ben az alábbi polinomok közül?
a) x^2+x+1 b) $3x^5-6x^3+2x-2$ c) x^6+1 d) x^5+4

2. Keressük meg az összes másod- és harmadfokú irreducibilis polinomot a 2-elemű test, $\mathbb{Z}_2$ fölött.

3. Legyen $f(x)=x^4-x^2+1$.
a) Bontsuk fel $f(x)$-et irreducibilis polinomok szorzatára $\mathbb{R}$, illetve $\mathbb{C}$ fölött!
b) Bizonyítsuk be, hogy $f(x)$ irreducibilis $\mathbb{Z}$ fölött!
c) Bizonyítsuk be, hogy $f(x)$ reducibilis $\mathbb{Z}_2$, $\mathbb{Z}_3$ és $\mathbb{Z}_5$ fölött!
d)* Bizonyítsuk be, hogy $f(x)$ reducibilis $\mathbb{Z}_p$ fölött minden p prímre.

4. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi polinomok irreducibilisek $\mathbb{Q}[x]$-ben a $\mathbb{Z}_2$ és/vagy $\mathbb{Z}_3$ fölötti felbonthatóságának vizsgálatával.
a) x^4-5x^3+2x+1; b) x^4-2x^3+2x+1; c) $3x^5+x^2-2x+3$; d) x^4+x^3+x+2.

5. Legyenek a, b és c az x^3-x^2+3x+6 polinom három gyöke $\mathbb{C}$-ben. Határozzuk meg a következő kifejezések értékét.
a) $a+b+c$
b) abc
c) $a^2+b^2+c^2$
d) $ab^2+a^2b+ac^2+a^2c+bc^2+b^2c$

6. Bizonyítsuk be, hogy az $x^5-2x^4+3x^3+1$ polinomnak nem lehet csupa valós gyöke.

7. Bizonyítsuk be, hogy ha $f(x)\in\mathbb{Z}[x]$, és $a,b\in\mathbb{Z}$, akkor $a-b\mid f(a)-f(b)$.

8. Van-e olyan egész együtthatós f polinom, amely az $1,2,-1$ helyeken az alábbi értékeket veszi föl?
a) $f(1)=3$, $f(2)=10$, és $f(-1)=7$;
b) $f(1)=3$, $f(2)=10$, és $f(-1)=2$.

9. Tegyük föl, hogy az $f(x)\in\mathbb{R}[x]$ polinom 4-edfokú, 1 főegyütthatós, és $f(1)=10$, $f(2)=20$, $f(3)=30$. Mennyi lehet $f(0)+f(4)$?

Hf1. Bontsuk föl az x^4+4 polinomot $\mathbb{Q}$ fölött irreducibilis tényezők szorzatára.

Hf2. x^4+6x^2-9x-3 irreducibilis-e $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}_5$, illetve $\mathbb{Z}_2$ fölött?

Hf3. Számítsuk ki a $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ kifejezés értékét, ha a, b és c a $2x^3-x^2+4x+1$ polinom gyökei.