

1. Bizonyítsuk be, hogy két független, Poisson-eloszlású valószínűségi változó összege is Poisson-eloszlású!

2. (34/3 a)) Függetlenek-e a ξ és η valószínűségi változók, amelyeknek az együttes valószínűségeloszlását a táblázat mutatja?

$\eta \setminus \xi$	-1	0	1
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	2/9	1/9

3. (34/30) A ξ és η valószínűségi változók együttes eloszlását a táblázat mutatja. Határozzuk meg ξ és η peremeloszlását, a $\xi + \eta$ és $\xi\eta$ valószínűségi változók eloszlását, és ξ és η kovarianciáját!

$\eta \setminus \xi$	-1	0	1
0	0.05	0.2	0.1
1	0.2	0.15	0.3

4. Mutassuk meg, hogy a táblázat szerinti eloszlású ξ és η nem függetlenek, de a kovarianciájuk 0.

$\xi \setminus \eta$	0	1	-1
0	1/2	0	0
1	0	1/4	1/4

5. (34/15 d)) Legyen

$$f_{\xi, \eta}(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{7}(x^2 + \frac{1}{2}xy) & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } 0 < y < 2 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

a ξ és η együttes sűrűségfüggvénye. Határozzuk meg a $P(\xi > \eta)$ valószínűséget!

6. (33/107) Egy fafeldolgozó telepen deszkákat készítenek. Ezek hossza normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető, 400 cm várható értékkel, és 3 cm szórással.

a) A deszkák hány százaléka lesz 398 cm-nél hosszabb, és 401 cm-nél rövidebb?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy egy deszka hossza a 400 cm-től legalább 2,5 cm-rel eltér?

7. (33/109) Egy üzemben a készített folyékony termék üvegekbe töltését két automata végzi. Az üvegekbe töltött mennyiség mindkét gép esetében normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető, 2 dl várható értékkel. A betöltött mennyiség szórása az első gépnél 0,14 dl, a másodikonál 0,08 dl. Az üvegek 60%-át az első gép tölti, a többit a második. Mennyi a valószínűsége, hogy egy üveget véletlenszerűen kiválasztva, abban a betöltött anyag mennyisége a várható értéktől 0,1 dl-nél kevesebbel tér el?

8. Bizonyítsuk be, hogy ξ és η független valószínűségi változókra $D^2(\xi + \eta) = D^2(\xi) + D^2(\eta)$.

9. A gyárban egy Túró Rudiba 25 gramm töltelékkel tesznek, 2 gramm szórással, a bevonat tömege 5 gramm, 1 gramm szórással, a csomagolás pedig 1 gramm, 0 szórással. Egy dobozba annyi Túró Rudit raknak, hogy összesen éppen elérjék vagy meghaladják az 1 kg-ot. Mi a valószínűsége, hogy legalább 33 Túró Rudi lesz a csomagban? (Centrális határeloszlástétel)

10. (35/22) Bizonyos típusú villanyégők élettartamát normális eloszlásúnak találták, $\sigma = 180$ óra szórással; 100 elemű mintavétel során a megvizsgált égők élettartamának átlagára $\bar{x} = 1000$ óra adódott. 99%-os megbízhatósági szinten mely intervallumba esik az egész sokaság várható értéke?