1. Bizonyítsuk be, hogy az $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \mapsto (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (1, 1, 1)$ leképezés bilineáris függvény! Adjuk meg a f Gram-mátrixát a standard bázisban!

2. Az $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ mátrixra legyen $f : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{y}$. Adjuk meg az f bilineáris függvény mátrixát a $\mathcal{B} = \{(-1, 0), (1, 2)\}$ bázisban!

3. Határozzuk meg az alábbi valós szimmetrikus mátrixok jellegét (pozitív vagy negatív definit, illetve szemidefinit, vagy pedig indefinit)!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Adjuk meg az $f(x, y) = \sqrt{x + y^2}$ függvény első és másodfokú Taylor-polinomját $(3, 1)$-ben. Közelítsük a függvény $(3.1, 0.9)$ pontban felvett értékét lineárisan az elsőfokú Taylor-polinom segítségével!