

1. a) Alakítsuk differenciálegyenlet-rendszerré az  $y''' - 2y'' + y' + 5y = 0$  differenciálegyenletet!  
b) Alakítsuk magasabbrendű differenciálegyenletté az  $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$  differenciálegyenlet-rendszert!
2. Legyen  $J = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ . Számítsuk ki az  $e^{tJ}$ ,  $J^5$  és  $\cos J$  mátrixokat!
3. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszereket!
  - a)  $\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_1 - 5x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 1, x_2(0) = 2.$
  - b)  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ , ahol  $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
  - c)  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ , ahol  $P^{-1}AP = J = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , és  $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .
4. Keressünk egy partikuláris megoldást az  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \begin{bmatrix} e^t \\ 1 \end{bmatrix}$  inhomogén differenciálegyenlet-rendszerhez, ha  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ .