Képletek többváltozós és vektor-vektorfüggvények integrálásához

Polárkoordináták

Síkbeli polár	Hengerkoordináták	Gömbi koordináták
$x = r\cos\varphi$	$x = r\cos\varphi$	$x = \rho\sin\vartheta\cos\varphi$
$y = r\sin\varphi$	$y = r\sin\varphi$	$y = \rho\sin\vartheta\sin\varphi$
	$z = m$	$z = \rho\cos\vartheta$
$\lvert J\rvert = r$	$\lvert J\rvert = r$	$\lvert J\rvert = \rho^2\sin\vartheta$

Tetszőleges $(x, y.z) = (x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w)) = \mathbf{v}(u, v, w)$ vagy $(x, y) = (x(u, v), y(u, v)) = \mathbf{v}(u, v)$ koordinátatranszformáció esetén:

$\iiint\limits_T f(x, y.z)\,dx\,dy\,dz = \iiint\limits_D f(\mathbf{v}(u, v, w))|J|\,du\,dv\,dw$, illetve

$\iint\limits_T f(x, y)\,dx\,dy = \iint\limits_D f(\mathbf{v}(u, v))|J|\,du\,dv$,

ahol D a T-nek megfelelő tartomány az (u, v, w), illetve (u, v) koordinátákban, és $J = \det \operatorname{Grad} \mathbf{v}$.

Görbementi integrál: $\int\limits_{\mathcal{G}} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dr} = \int\limits_a^b \mathbf{v}(\mathbf{r}(t))\dot{\mathbf{r}}(t)\,dt$

Kiszámítása, ha $\mathbf{v}$-nek van u potenciálfüggvénye: $\int\limits_{\mathcal{G}} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dr} = u(B) - u(A)$, ahol $\mathcal{G}$ A-ból B-be megy.

Felületmenti integrál: $\int\limits_{\mathcal{F}} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dF} = \pm \iint\limits_{(u,v)\in D} \mathbf{v}(\mathbf{r}(u, v))(\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v)\,du\,dv$

Integrálredukciós tételek

Gauss–Osztrogradszkij-tétel: $\oint\limits_{\mathcal{F}} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dF} = \iiint\limits_V \operatorname{div} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,dx\,dy\,dz$, ha $\mathcal{F}$ a V tartomány teljes felülete, kifelé irányítva.

Stokes-tétel: $\oint\limits_{\mathcal{G}} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dr} = \iint\limits_{\mathcal{F}} \mathbf{rot}\,\mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dF}$, ahol $\mathcal{G}$ az $\mathcal{F}$ határa, jobbkéz-szabály szerint irányítva.

Green-tétel: $\mathbb{R}^2$-ben $\oint\limits_{\mathcal{G}} \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathbf{dr} = \iint\limits_T \frac{\partial}{\partial x}v_2 - \frac{\partial}{\partial y}v_1\,dx\,dy$, ahol $\mathcal{G}$ a $T \subseteq \mathbb{R}^2$ határa, pozitív irányítással.