

1. Oldjuk meg az alábbi állandó együtthatós, homogén, lineáris differenciálegyenleteket!
  - a) (29/86-ból)  $y'' + y' - 6y = 0$ ;
  - b) (29/41)  $y'' + 4y' + 4y = 0$ ;
  - c) (29/55)  $y'' + 4y' + 13y = 0$ .
2. Milyen próbafüggvényt használnánk ahhoz az állandó együtthatós, inhomogén, lineáris differenciálegyenlethez, amelynek jobb oldalán a következő függvény áll? A karakterisztikus egyenlet milyen gyökei esetén kell még alkalmas  $x$ -hatvánnyal megszorozni a próbafüggvényt?
  - a)  $5x^2 - 1$
  - b)  $x \cos 3x$
  - c)  $e^{2x} \sin x$
3. Oldjuk meg a következő speciális jobboldalú, inhomogén lineáris differenciálegyenleteket!
  - a) (29/86)  $y'' + y' - 6y = x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -\frac{1}{9}$ ;
  - b)  $y'' + 4y' + 4y = xe^{-2x}$ .
4. Diagonalizáljuk az  $A = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$  mátrixot, és ennek segítségével számítsuk ki az  $e^A$  és — ha van ilyen — a  $\sqrt{A}$  mátrixot. (Hány lehetséges értéke van a  $\sqrt{A}$ -nak?)
5. Legyen  $J = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ . Számítsuk ki az  $e^{tJ}$ ,  $J^5$  és  $\cos J$  mátrixokat!