1. a) Alakítsuk differenciálegyenlet-rendszerré az $y''' - 2y'' + y' + 5y = 0$ differenciálegyenletet!

b) Alakítsuk magasabbrendű differenciálegyenletté az $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$ differenciálegyenlet-rendszert!

2. Hozzuk Jordan-normálalakra a $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ mátrixot, és adjunk is meg $\mathbb{R}^2$-ben egy olyan bázist, amelyben A Jordan-alakú! Ezt felhasználva írjuk fel az $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását!

3. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszereket!

a) $\begin{array}{rcrcr} \dot{x_1} & = & 4x_1 & - & 5x_2 \\ \dot{x_2} & = & x_1 & - & 2x_2 \end{array}, \quad x_1(0) = 1,\ x_2(0) = 2.$

b) $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$, ahol $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

c) $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$, ahol $P^{-1}AP = J = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, és $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Keressünk egy partikuláris megoldást az $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \begin{bmatrix} e^t \\ 1 \end{bmatrix}$ inhomogén differenciálegyenlet-rendszerhez, ha $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$.

5. Határozzuk meg az $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ mátrix sajátértékeit és azok multiplicitását a karakterisztikus polinomban. Milyen alakban kereshető ennek alapján az $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ homogén differenciálegyenlet-rendszer általános megoldása?