1. Stabil-e az $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ differenciálegyenlet-rendszer $\mathbf{0}$ megoldása, ha

a) $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$?

2. (`www.math24.net`, *Differential equations, Stability in the first approximation, Ex. 1*) Használjunk elsőrendű közelítést annak ellenőrzésére, hogy az $\dot{x} = y + 3x^2 + 2y^2$, $\dot{y} = -2x - y + xy$ differenciálegyenlet-rendszer $\mathbf{0}$ megoldása stabil!

3. a) (`www.math24.net`, *Differential equations, Method of Lyapunov functions, Ex. 4.*) Használjuk a $V(x,y) = (x+y)^2 + \frac{x^4}{2}$ Ljapunov-függvényt annak bizonyítására, hogy az $\dot{x} = y - 2x$, $\dot{y} = 2x - y - x^3$ differenciálegyenlet-rendszer $\mathbf{0}$ megoldása stabil!

b) (`www.math24.net`, *Differential equations, Method of Lyapunov functions, Ex. 5.*) Válasszunk alkalmas a, b paramétereket, amelyekkel a $V(x,y) = axy + by^2$ függvény az $\dot{x} = x + 3y$, $\dot{y} = 2x$ differenciálegyenlet-rendszer instabilitását mutatja!

4. Tekintsük $\mathbb{R}[x]$-ben az $(f,g) = \int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$ skalárszorzatot! Ortogonalizáljuk az $\{\,1, x, x^2\,\}$ rendszert erre a skalárszorzatra nézve!

5. (23/162) Számítsuk ki annak a 2π periódusú $f(x)$ függvénynek a Fourier-sorát, amely a $(-\pi, \pi]$ intervallumon x^2-tel egyenlő. Számítsuk ki ennek segítségével a $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ sorösszeget!

6. (23/152) Számítsuk ki annak a 2 periódusú $f(x)$ függvénynek a Fourier-sorát, amely a $(-1, 1]$ intervallumon $|x| - 1$-gyel egyenlő!