

- Adjuk meg S_4 -nek egy 3-dimenziós valós irreducibilis reprezentációját, és határozzuk meg ennek a reprezentációnak a karakterét.
- Bizonyítsuk be, hogy egy irreducibilis karakternek és egy lineáris karakternek a szorzata mindig irreducibilis.
- Határozzuk meg A_4 és S_5 karaktertábláját.
- (Hf) Egy papirusztekercsen egy táblázatot találtak, amiről feltételezik, hogy egy véges csoport karaktertáblája. Sajnos, néhány helyen már nem olvasható a szám. Egészítsük ki a táblázatot (vegyük figyelembe, hogy a sorok és oszlopok esetleg nem a megszokott sorrendben vannak, tehát az 1 elemhez tartozó oszlop nem feltétlenül az első, és a triviális karakter nem feltétlenül az első sorba került)! Mekkora a csoport rendje, konjugáltosztályainak mérete, milyen rendű normálosztói vannak? Mekkora a csoport centruma? Hány olyan csoport van, aminek ez a karaktertáblája?

1		1		-1	
1		1	-1		
	2	-1	-1	0	0
1		1	-1	-1	1
2	-2	-1	1		

- Bizonyítsuk be, hogy egy nemtriviális csoport karaktertáblájának minden sorában és minden oszlopában legalább két nemnulla szám van.
- Bizonyítsuk be, hogy 1_G mindig szerepel egy permutációs karakter irreducibilis összeadandói között. Mennyi az 1_G együtthatója?
- (Hf) Tegyük fel, hogy $H \leq G$, és χ hűséges karaktere G -nek. Bizonyítsuk be, hogy H akkor és csak akkor Abel-csoport, ha χ_H minden irreducibilis összeadandója lineáris.
- Legyen G Frobenius-csoport, $N \triangleleft G$ a Frobenius-mag (azaz $N = \{g \in G \mid g \notin (H^x \setminus \{1\}) \forall x \in G\}$). Bizonyítsuk be, hogy ha $\chi \in \text{Irr } N$, akkor $\chi^G \in \text{Irr } G$.
- (Hf) Legyen $H \leq G$ és χ a H csoport egy karaktere. Bizonyítsuk be, hogy $\text{Ker } \chi^G = \bigcap_{x \in G} (\text{Ker } \chi)^x$.