1. (**Hf**) Legyen $H, K \leq G$ úgy, hogy $HK = G$, és legyen φ osztályfüggvény a H csoporton. Bizonyítsuk be, hogy $(\varphi^G)_K = (\varphi_{H\cap K})^K$.

2. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi karaktertábla izomoria erejéig csak egyetlen csoport karaktertáblája lehet ($\varepsilon = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$).

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	ε	$\bar\varepsilon$	ε	$\bar\varepsilon$
1	1	1	$\bar\varepsilon$	ε	$\bar\varepsilon$	ε
3	3	-1	0	0	0	0
2	-2	0	-1	-1	1	1
2	-2	0	$-\varepsilon$	$-\bar\varepsilon$	ε	$\bar\varepsilon$
2	-2	0	$-\bar\varepsilon$	$-\varepsilon$	$\bar\varepsilon$	ε

3. Bizonyítsuk be, hogy $Z(G) = \bigcap_{\chi \in \mathrm{Irr}\, G} Z(\chi)$.

4. Bizonyítsuk be, hogy nem izomorf Abel-csoportoknak különböző a karaktertáblája.

5. (**Hf**)

a) Bizonyítsuk be, hogy ha A Abel-csoport és χ karaktere A-nak, akkor $[\chi, \chi] \geq \chi(1)$.

b) Legyen $A \leq G$, A Abel-csoport, $\chi \in \mathrm{Irr}\, G$. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(1) \leq |G : A|$.

6. Tegyük fel, hogy G-nek van olyan hűséges komplex reprezentációja, amelynek foka kisebb a $|G|$ legkisebb prímosztójánál. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G Abel-csoport.

7. Legyen χ a G csoport egy karaktere. Definiáljuk a $\det\chi : G \to \mathbb{C}^\times$ leképezést a $(\det\chi)(g) = \det X(g)$ összefüggéssel, ahol χ az X reprezentáció karaktere. Bizonyítsuk be, hogy $\det\chi$ jól definiált lineáris karakter.

8. Bizonyítsuk be, hogy egyszerű csoportnak nem lehet másodfokú irreducibilis karaktere.