

- (Hf)** Legyen  $D$  és  $D'$  két kitöltése ugyanannak a Young-táblázatnak, amelyekben minden sor és minden oszlop számai növekvők, és tegyük fel, hogy a számokat sorfolytonosan olvasva a  $D$ -hez tartozó szám  $n$ -es lexikografikusan kisebb a  $D'$ -höz tartozónál. Bizonyítsuk be, hogy ekkor  $e(D)e(D') = 0$ . (Útmutatás: Lássuk be, hogy  $D$ -nek vannak olyan egy sorban levő elemei, amelyek  $D'$ -ben egy oszlopba kerültek.)
- Legyenek  $e_1, \dots, e_n$  idempotensek egy  $A$  algebrában, és  $e_i e_j = 0$ , ha  $i < j$ . Bizonyítsuk be, hogy ekkor  $\sum_{i=1}^n e_i A = \bigoplus_{i=1}^n e_i A$ .
- Bizonyítsuk be, hogy  $S_n$  egy adott táblázathoz tartozó irreducibilis reprezentációjának a foka legalább akkora, mint ahány olyan kitöltése van a táblázatnak, ahol minden sor és minden oszlop számai növekvők.
- Hányadfokúak az  $S_6$  irreducibilis karakterei?
- (Hf)** Tegyük fel, hogy  $P \triangleleft G$ ,  $P$   $p$ -csoport, és  $p = \text{char } F$ .
  - Bizonyítsuk be, hogy  $J(FP) \subseteq J(FG)$ .
  - Bizonyítsuk be, hogy  $P$  benne van a  $G$  minden irreducibilis  $F$ -reprezentációjának a magjában. (ld. 2/11. feladat)
- Határozzuk meg az  $S_3$  irreducibilis  $\mathbb{C}$ -karaktereihez tartozó Brauer-karaktereket és  $F$ -karaktereket 2 és 3 karakterisztika esetén. Mik az irreducibilis  $F$ -reprezentációk? Határozzuk meg az irreducibilis  $\mathbb{C}$ -reprezentációkhoz tartozó  $F$ -reprezentációk kompozíciófaktorait.
- Határozzuk meg  $S_4$  irreducibilis Brauer-karaktereit 2 karakterisztikára. Hány dimenziós az  $FS_4$  Jacobson-radikálja?