

I. rész. Ebben a részben minden helyes válasz 3 pontot ér. Indokolni nem kell. A választ a keretbe írjuk!

1. Definiáljuk egy G csoport χ és ψ karakterének $[\chi, \psi]$ skalárszorzatát!

2. $G = S_6$ -ra hány olyan $\chi \in \text{Irr } G$ létezik, amelyre $\sum_{g \in G} \chi(g) = 0$?

3. Egy 21 elemű csoportnak milyen fokú irreducibilis karakterei lehetnek?

4. Definiáljuk egy gyűrű Jacobson-radikálját!

5. Ha $H \leq G$, és ϑ osztályfüggvény H -n, akkor $\vartheta^G(g) = ?$

6. Tegyük fel, hogy $H \leq G$, ahol $|G| = 40$, és $|H| = 10$.
 $\sum_{\chi \in \text{Irr } H} \chi^G(1)^2 = ?$

7. Hogyan lehet idempotens elemekkel leírni egy gyűrű jobb modulusok direkt összegére bontását? Mikor ad ez gyűrű-direktösszeget?

8. $Z(\chi) = ?$, ha χ a G csoportnak lineáris karaktere.

9. Mondjuk ki a Frobenius-féle reciprocitási tételt!

10. Ha ρ a G csoport reguláris karaktere, és $\chi \in \text{Irr } G$, akkor $[\rho, \chi] = ?$

II. rész.

11. Bizonyítsuk be, hogy $\chi \in \text{Irr } G$, $g \in G$, $\mathcal{K} = \mathcal{K}(g)$ esetén $\frac{|\mathcal{K}| \chi(g)}{\chi(1)}$ algebrai egész! (20 pont)