1. Határozzuk meg a $\mathbb{Z}_2S_3 \cong \mathbb{Z}_2D_3$ csoportalgebra direkt felbonthatatlan projektív modulusait és egyszerű modulusait.

2. Bizonyítsuk be, hogy $\mathrm{Hom}(M_A, A_A)$ bal A-modulus (másképpen jobb A^{opp}-modulus), ha a homomorfizmusokat balról írjuk, és ha M felbonthatatlan projektív mod-A-ban, akkor $\mathrm{Hom}(M_A, A_A)$ felbonthatatlan projektív A-mod-ban.

3. Tegyük fel, hogy A gráfalgebra $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ nyilakkal, és hogy az $M \in \text{mod-}A$ modulusnak van olyan $\mathcal{B} = \{\, b_1, \ldots, b_\ell \,\}$ bázisa, amelyre a $\mathcal{B} \cup \{\, 0 \,\}$ halmazt minden nyíllal való jobbszorzás önmagába képezi. Jelölje továbbá minden α nyílra $b_i\alpha^{-1}$ az $\{\, x \in \mathcal{B} \mid x\alpha = b_i \,\}$ halmazt. Bizonyítsuk be, hogy $D(M)$-nek bázisa a $\mathcal{B}' = \{\, b_1', \ldots, b_k' \,\}$ halmaz, ahol $b_i' : b_j \mapsto \delta_{ij}$, és $\alpha b_i' = (\sum b_i\alpha^{-1})'$.

4. Legyen $A_A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{smallmatrix}$. Határozzuk meg ${}_AA$ Loewy-diagramját, és duálisképzéssel az összes felbonthatatlan injektív jobb A-modulust.

5. Adjuk meg a 4. feladat algebrája fölött az $M = \begin{smallmatrix} & 1 & \\ 1 & 2 & \\ & 2 & \end{smallmatrix}$ és $\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & \end{smallmatrix}$ modulusok K-duálisának Loewy-diagramját.

6. Írjuk le $\mathbb{Z}_2D_3$ felbonthatatlan injektív modulusait.

7. Legyen $A_A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$. Adjuk meg ind-$A$-ban az összes projektívbe menő és az összes injektívből induló irreducibilis morfizmust.

Hf1. Határozzuk meg az $A = \mathbb{Z}_2C_4$ csoportalgebra Jacobson-radikálját. Hány különbzöző egyszerű modulus van mod-A-ban, és hány direkt összeadandója van A_A-nak?

Hf2. Adjuk meg az $A_A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} & 2 & \\ 1 & & 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$ algebra felbonthatatlan injektív modulusainak Loewy-diagramját.