1. Bizonyítsuk be, hogy ha $\chi = \sum_{\chi_i \in \mathrm{Irr}\, G} a_i \chi_i$ a G csoportnak egy karaktere, akkor $\mathrm{Ker}\, \chi$ azon χ_i irreducibilis karakterek magjának a metszete, amelyekre $a_i \neq 0$.

2. Bizonyítsuk be a Burnside-lemmát: ha $\varphi : G \to S_n$ a G csoportnak egy n elemű halmazon való csoporthatása, akkor G elemei fixpontszámának átlaga megegyezik az orbitok számával.

3. Bizonyítsuk be, hogy egy 2-tranzitív csoporthatás által megadott χ permutációs karakterre $\chi - 1_G$ irreducibilis karakter.

4. Bizonyítsuk be, hogy egy G Abel-csoport karaktertáblájában egy elem rendje megegyezik az oszlopában szereplő komplex egységgyökök rendjének a maximumával.

5. Bizonyítsuk be, hogy két Abel-csoport karaktertáblája pontosan akkor egyezik meg, ha a csoportok izomorfak.

6. Legyen $G = H_1 \times H_2$ direkt szorzat, $\chi_1 \in \mathrm{Irr}\, H_1$ és $\chi_2 \in \mathrm{Irr}\, H_2$. Definiáljuk a $\overline{\chi}_1$ és $\overline{\chi}_2$ karaktereket G-n úgy, hogy $\overline{\chi}_1((x,y)) = \chi_1(x)$ és $\overline{\chi}_2((x,y)) = \chi_2(y)$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $\overline{\chi}_1\overline{\chi}_2 \in \mathrm{Irr}\, G$, és G minden irreducibilis karaktere előáll ilyen alakban.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy ha $G \leq S_n$ 3-tranzitív permutációcsoport, ahol $n \geq 4$, és χ a G-nek az $\{1, 2, \ldots, n\}$ 2-elemű részhalmazain való hatásához tartozó permutációs karakter, akkor χ három különböző irreducibilis karakter összege.

Hf2. Az S_4 csoport karaktertáblája alapján

S_4	1	(..)(..)	(...)	(..)	(....)
χ_1	1	1	1	1	1
χ_2	1	1	1	−1	−1
χ_3	2	2	−1	0	0
χ_4	3	−1	0	1	−1
χ_5	3	−1	0	−1	1

írjuk fel a két harmadfokú karakter szorzatát irreducibilis karakterek összegeként.