

1. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi karaktertábla izomoria erejéig csak egyetlen csoport karaktertáblája lehet ($\varepsilon = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$).

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	ε	$\bar{\varepsilon}$	ε	$\bar{\varepsilon}$
1	1	1	$\bar{\varepsilon}$	ε	$\bar{\varepsilon}$	ε
3	3	-1	0	0	0	0
2	-2	0	-1	-1	1	1
2	-2	0	$-\varepsilon$	$-\bar{\varepsilon}$	ε	$\bar{\varepsilon}$
2	-2	0	$-\bar{\varepsilon}$	$-\varepsilon$	$\bar{\varepsilon}$	ε

2. Bizonyítsuk be, hogy ha $H \leq K \leq G$, és φ osztályfüggvénye H -nak, akkor $(\varphi^K)^G = \varphi^G$.
3. Legyen $H, K \leq G$ úgy, hogy $HK = G$, és legyen φ osztályfüggvény a H csoporton. Bizonyítsuk be, hogy $(\varphi^G)_K = (\varphi_{H \cap K})^K$.
4. Hogyan írhatunk fel egy tetszőleges permutációs karaktert indukált karakterek összegeként? Ezt használva adjunk új megoldást a 6. feladatsor 6. feladatára: hányszor szerepel a triviális karakter egy permutációs karakter irreducibilis összetevői között?
5. Határozzuk meg A_5 karaktertábláját.
6. Bizonyítsuk be, hogy egy G absztrakt csoport akkor és csak akkor Frobenius-csoport, ha G beágyazható egy S_Ω szimmetrikus csoportba úgy, hogy G az Ω -n nem reguláris Frobenius-csoportként hasson.
7. Bizonyítsuk be, hogy egy Frobenius-csoportban a mag és a komplementum relatív prím rendűek.
8. Legyen $G = HN$ egy csoport, ahol $H \leq G$, $N \triangleleft G$ és $H \cap N = 1$. Bizonyítsuk be, hogy G akkor és csak akkor Frobenius-csoport H komplementummal és N maggal, ha minden $1 \neq x \in N$ -re $C_G(x) \leq N$.
9. Bizonyítsuk be, hogy egy Frobenius-csoportnak minden normálosztója vagy benne van a magban, vagy tartalmazza azt.
10. Legyen χ a G csoport egy karaktere. Definiáljuk a $\det \chi : G \rightarrow \mathbb{C}^\times$ leképezést a $(\det \chi)(g) = \det X(g)$ összefüggéssel, ahol χ az X reprezentáció karaktere. Bizonyítsuk be, hogy $\det \chi$ jól definiált lineáris karakter.
11. Bizonyítsuk be, hogy egyszerű csoportnak nem lehet másodfokú irreducibilis karaktere. (Használjuk az előző feladatot!)
- Hf1.** Számítsuk ki S_5 egyik negyedfokú irreducibilis karakterének indukáltját S_6 -ra (S_5 -öt mint 6 stabilizátorát véve).
- Hf2.** Bizonyítsuk be, hogy ha $H \leq G$, és φ osztályfüggvény H -n, akkor $Z(\varphi^G) \leq H$.