1. Tegyük fel, hogy G-nek van olyan hűséges komplex reprezentációja, amelynek foka kisebb a $|G|$ legkisebb prímosztójánál. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G Abel-csoport.

2. Bizonyítsuk be, hogy ha $K, H \leq G$, $\psi \in \operatorname{Irr} H$, és $(\psi^G)_K$ irreducibilis, akkor $G = HK$. (Útmutatás: Lássuk be, hogy $[(\psi^G)_K, (\psi_{H\cap K})^K] \neq 0$.)

3. Legyen G egyszerű, $\chi \in \operatorname{Irr} G$, $\chi(1) = p$ prím. Bizonyítsuk be, hogy G p-Sylowja p elemű. (Útmutatás: Ha a p-Sylow nem Abel, akkor $Z(P) \leq Z(\chi)$.)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha G valamely automorfizmusa minden karaktert helyben hagy, akkor minden konjugáltosztályt is helyben hagy.

5. Legyen G egy Frobenius-csoport, N maggal és H komplementummal. Bizonyítsuk be az alábbi állításokat.

a) Minden $1 \neq x \in N$-re $C_G(x) \leq N$.

b) Tetszőleges $1 \neq h \in H$-ra a h-val való konjugálás nem hagyja helyben N semelyik nem triviális konjugáltosztályát.

c) Tetszőleges $1 \neq h \in H$-ra a h-val való konjugálás nem hagyja helyben N semelyik nem triviális irreducibilis karakterét.

d) Minden $1_N \neq \varphi \in \operatorname{Irr}(N)$-re $\varphi^G \in \operatorname{Irr} G$.

Hf1. a) Bizonyítsuk be, hogy ha A Abel-csoport és χ karaktere A-nak, akkor $[\chi, \chi] \geq \chi(1)$.

b) Legyen $A \leq G$, A Abel-csoport, $\chi \in \operatorname{Irr} G$. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(1) \leq |G : A|$.

Hf2. Tegyük fel, hogy $A \leq G$ Abel részcsoport, és $|G : A|$ prímhatvány. Bizonyítsuk be, hogy $G' < G$.

Hf3. Tegyük fel, hogy G-nek egyetlen nem lineáris irreducibilis karaktere van. Bizonyítsuk be, hogy G' Abel. (Útmutatás: Számítsuk ki a G reguláris karakterének megszorítását G'-re kétféleképpen.)