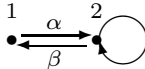


1. Legyenek ${}_S X_R$ és ${}_T Y_R$ bimodulusok. Lássuk be, hogy $\text{Hom}_R(X, Y)$ egy $T - S$ -bimodulus!
 2. Bizonyítsuk be, hogy $\text{Hom}_R(\bigoplus M_i, N) \cong \prod \text{Hom}_R(M_i, N)$.
 3. Bizonyítsuk be hogy $\text{End}(R_R) \cong R$, ha az endomorfizmusokat balról írjuk!
 4. Bizonyítsuk be, hogy ha A véges dimenziós K -algebra, és $M \in \text{mod-}A$, akkor $D^2(M) \cong M$, ahol egy $X \in \text{mod-}A$ (vagy $X \in A\text{-mod}$) modulusra $D(X) = \text{Hom}_K(X, K) \in A\text{-mod}$ (illetve $\in \text{mod-}A$).
 5. Adjuk meg az A algebra direkt felbonthatatlan projektív modulusainak Loewy-diagramját, ha $A = K\Gamma/I$, ahol Γ :  és
 - a) $I = (\alpha\gamma, \gamma^2, \gamma\beta, \alpha\beta\alpha, \beta\alpha\beta)$;
 - b) $I = (\alpha\gamma^2, \gamma^2 - \beta\alpha, \alpha\beta)$.
 6. Lehet-e az alábbi egy $K\Gamma/I$ algebra reguláris jobbmodulusának Loewy-diagramja? Ha igen, adjuk meg a Γ gráfot és az I ideálnak egy generátorrendszerét!
 - a) $\begin{matrix} 1 \\ 2 \oplus 2 \\ 2 \end{matrix}$
 - b) $\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 \oplus & 1 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$
 - c) $\begin{matrix} 1 \\ 2 \oplus 3 \oplus 3 \end{matrix}$
 7. Legyen $A = K\Gamma/I$ az az algebra, amelynek reguláris jobbmodulusa $A_A = \begin{matrix} 1 \\ 2 \oplus 2 \\ 2 \end{matrix}$. Határozzuk meg az $\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$ modulus összes részmodulusát és az ezekkel vett faktorainak Loewy-diagramját!
 8. Hány dimenziós az 5.b) feladatban megadott A algebra fölött a $\text{Hom}(\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix})$, illetve a $\text{Hom}(\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix})$ vektortér?
 9. Bontsuk fel az $\mathbb{F}_2 D_3$ csoportalgebra jobbrekuláris modulusát felbonthatatlan modulusok direkt összegére!
- Hf1.** Bizonyítsuk be, hogy $\prod_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{R}$ -nek mint önmaga fölötti modulusnak vannak felbonthatatlan direkt összeadandói, de nem bontható fel felbonthatatlanok direkt összegére!
- Hf2.** Legyen $e, f \in R$ két idempotens elem. Bizonyítsuk be, hogy az eR és fR modulusok akkor és csak akkor izomorfak, ha van olyan $x \in fRe$ és $y \in eRf$, hogy $yx = e$, és $xy = f$.
- Hf1.** Írjuk fel az $A = K\Gamma/I$ algebra direkt felbonthatatlan projektív modulusainak Loewy-diagramját, ha

$$\Gamma : 1 \begin{matrix} \xrightarrow{\alpha} \\ \xleftarrow{\beta} \end{matrix} 2 \begin{matrix} \xrightarrow{\gamma} \\ \xleftarrow{\delta} \end{matrix} 3, \quad I = (\alpha\beta, \beta\alpha - \gamma\delta, \delta\beta, \delta\gamma).$$