Gyűrűk és csop. repr. **7. feladatsor** *2013. április 9.*

1. Legyen $A_A = \begin{smallmatrix}1\\2\\3\end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} & 2 & \\ 1 & & 3 \\ & 2 & \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix}3\\2\\1\end{smallmatrix}$. Bizonyítsuk be, hogy A Frobenius-algebra.

2. Bizonyítsuk be, hogy minden öninjektív bázisalgebra Frobenius-algebra.

3. Keressük meg C_3 irreducibilis reprezentációit egy tetszőleges K test fölött! Határozzuk meg KC_3 részmodulusait, ha K karakterisztikája 3.

4. Adjuk meg $C_2 \times C_2$ irreducibilis reprezentációit egy tetszőleges K test fölött!

5. Bizonyítsuk be, hogy egy Abel-csoportnak minden $\mathbb{C}$ fölötti irreducibilis reprezentációja lineáris! Mi a helyzet tetszőleges test fölött?

6. Adjuk meg S_4-nek egy 3-dimenziós valós irreducibilis reprezentációját, és határozzuk meg ennek a reprezentációnak a karakterét.

7. Bizonyítsuk be, hogy egy irreducibilis karakternek és egy lineáris karakternek a szorzata mindig irreducibilis.

8. Határozzuk meg A_4 és S_4 karaktertábláját.

9. Bizonyítsuk be, hogy egy nemtriviális csoport karaktertáblájának minden sorában és minden oszlopában legalább két nemnulla szám van.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy egy 28 elemű nem kommutatív csoportnak van másodfokú irreducibilis reprezentációja $\mathbb{C}$ fölött.

Hf2. Egészítsük ki a következő táblázatot, ha tudjuk, hogy ez egy véges csoport karaktertáblája (vegyük figyelembe, hogy a sorok és oszlopok esetleg nem a megszokott sorrendben vannak, tehát az 1 elemhez tartozó oszlop nem feltétlenül az első, és a triviális karakter nem feltétlenül az első sorba került)! Mekkora a csoport rendje, konjugáltosztályainak mérete, milyen rendű normálosztói vannak? Mekkora a csoport centruma?

1		1	-1		1	
1					-1	1
		1	-1			1
			0	0		-2
2		-2	0		$-i\sqrt{2}$	0
2	0		0			0