1. Bizonyítsuk be a Burnside-lemmát: ha $\varphi : G \to S_n$ a G csoportnak egy n elemű halmazon való csoporthatása, akkor G elemei fixpontszámának átlaga megegyezik az orbitok számával.

2. Bizonyítsuk be, hogy 1_G mindig szerepel egy permutációs karakter irreducibilis összeadandói között. Mennyi az 1_G együtthatója?

3. Bizonyítsuk be, hogy egy 2-tranzitív csoporthatás által megadott χ permutációs karakterre $\chi - 1_G$ irreducibilis karakter.

4. Bizonyítsuk be, hogy egy G Abel-csoport karaktertáblájában egy elem rendje megegyezik az oszlopában szereplő komplex egységgyökök rendjének a maximumával.

5. Bizonyítsuk be, hogy két Abel-csoport karaktertáblája pontosan akkor egyezik meg, ha a csoportok izomorfak.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha $H \leq K \leq G$, és φ osztályfüggvénye H-nak, akkor $(\varphi^K)^G = \varphi^G$.

7. Legyen $H, K \leq G$ úgy, hogy $HK = G$, és legyen φ osztályfüggvény a H csoporton. Bizonyítsuk be, hogy $(\varphi^G)_K = (\varphi_{H\cap K})^K$.

8. Határozzuk meg S_5 és A_5 karaktertábláját.

9. Bizonyítsuk be, hogy egy G absztrakt csoport akkor és csak akkor Frobenius-csoport, ha G beágyzható egy S_Ω szimmetrikus csoportba úgy, hogy G az Ω-n nem reguláris Frobenius-csoportként hasson.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy ha $G \leq S_n$ 4-tranzitív permutációcsoport, és χ a G-nek az $\{1, 2, \ldots, n\}$ 2-elemű részhalmazain való hatásához tartozó permutációs karakter, akkor χ három különböző irreducibilis karakter összege.

Hf2. Az S_4 csoport karaktertáblája alapján

S_4	1	(..)(..)	(...)	(..)	(....)
χ_1	1	1	1	1	1
χ_2	1	1	1	-1	-1
χ_3	2	2	-1	0	0
χ_4	3	-1	0	1	-1
χ_5	3	-1	0	-1	1

írjuk fel a két harmadfokú karakter szorzatát irreducibilis karakterek összegeként.

Hf3. Bizonyítsuk be, hogy ha $H \leq G$, és φ karakter H-n, akkor $Z(\varphi^G) \leq Z(\varphi)$.