1. Bizonyítsuk be, hogy egy Frobenius-csoportban a mag és a komplementum relatív prím rendűek.

2. Legyen $G = HN$ egy csoport, ahol $H \leq G$, $N \triangleleft G$ és $H \cap N = 1$. Bizonyítsuk be, hogy G akkor és csak akkor Frobenius-csoport H komplementummal és N maggal, ha minden $1 \neq x \in N$-re $C_G(x) \leq N$.

3. Legyen χ a G csoport egy karaktere. Definiáljuk a $\det \chi : G \to \mathbb{C}^\times$ leképezést a $(\det \chi)(g) = \det X(g)$ összefüggéssel, ahol χ az X reprezentáció karaktere. Bizonyítsuk be, hogy $\det \chi$ jól definiált lineáris karakter.

4. Bizonyítsuk be, hogy egyszerű csoportnak nem lehet másodfokú irreducibilis karaktere. (Használjuk az előző feladatot!)

5. Tegyük fel, hogy G-nek van olyan hűséges komplex reprezentációja, amelynek foka kisebb a $|G|$ legkisebb prímosztójánál. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G Abel-csoport.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha $K, H \leq G$, $\psi \in \operatorname{Irr} H$, és $(\psi^G)_K$ irreducibilis, akkor $G = HK$. (Útmutatás: Lássuk be, hogy $[(\psi^G)_K, (\psi_{H\cap K})^K] \neq 0$.)

7. Legyen G egyszerű, $\chi \in \operatorname{Irr} G$, $\chi(1) = p$ prím. Bizonyítsuk be, hogy G p-Sylowja p elemű. (Útmutatás: Ha a p-Sylow nem Abel, akkor $Z(P) \leq Z(\chi)$.)

Hf1. a) Bizonyítsuk be, hogy ha A Abel-csoport és χ karaktere A-nak, akkor $[\chi, \chi] \geq \chi(1)$.
b) Legyen $A \leq G$, A Abel-csoport, $\chi \in \operatorname{Irr} G$. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(1) \leq |G : A|$.

Hf2. Tegyük fel, hogy $A \leq G$ Abel részcsoport, és $|G : A|$ prímhatvány. Bizonyítsuk be, hogy $G' < G$.