1. Bizonyítsuk be, hogy ha G valamely automorfizmusa minden karaktert helyben hagy, akkor minden konjugáltosztályt is helyben hagy.

2. Bizonyítsuk be, hogy $H \triangleleft G$-re a H-beli G-konjugáltosztályok száma megegyezik az $\mathrm{Irr}\, H$ G-konjugáltosztályainak számával.

3. Legyen $H \triangleleft G$, és $\varphi \in \mathrm{Irr}\, H$. Bizonyítsuk be, hogy $\varphi^G \in \mathrm{Irr}\, G$ akkor és csak akkor, ha $H = I_G(\varphi) := \{\, g \in G \mid \varphi^g = \varphi \,\}$.

4. Legyen $H \triangleleft G$, $\chi \in \mathrm{Irr}\, G$, $\varphi \in \mathrm{Irr}\, H$, $[\chi_H, \varphi] = e \neq 0$. Bizonyítsuk be, hogy a következő három állítás ekvivalens:
(i) $\chi_H = e\varphi$, $e^2 = |G : H|$;
(ii) $\chi|_{G \setminus H} \equiv 0$, és φ invariáns G-ben;
(iii) χ a φ^G egyetlen irreducibilis összeadandója, és φ invariáns G-ben.

5. Tegyük fel, hogy G-nek egyetlen nem lineáris irreducibilis karaktere van. Bizonyítsuk be, hogy G' Abel. (Útmutatás: Számítsuk ki a G reguláris karakterének megszorítását G'-re kétféleképpen.)

Hf1. Legyen $H \triangleleft G$, $|G : H| = 2$, és $\chi \in \mathrm{Irr}\, G$. Bizonyítsuk be, hogy
a) ha $\chi|_{G \setminus H}$ nem azonosan 0, akkor $\chi_H \in \mathrm{Irr}\, H$;
b) ha $\chi|_{G \setminus H} \equiv 0$, akkor χ_H két különböző irreducibilis karakter összege.

Hf2. Legyen $H \triangleleft G$, $|G : H| = 2$, és $\varphi \in \mathrm{Irr}\, H$. Bizonyítsuk be, hogy φ^G vagy irreducibilis, vagy $\chi + \lambda\chi$ alakú, ahol $\chi \in \mathrm{Irr}\, G$, és λ az a lineáris karakter, amely H-n kívül -1-et, H-n belül 1-et vesz fel.