

1. Bizonyítsuk be, hogy ha $0 \rightarrow X \xrightarrow{\alpha} Y \xrightarrow{\beta} Z \rightarrow 0$ Auslander–Reiten-sorozat, akkor $0 < Z_1 < Z$ részmodulusra a $0 \rightarrow X \xrightarrow{\alpha} Z_1 \xrightarrow{\beta^{-1}} Z_1 \rightarrow 0$ sorozat felhasadó.

Megoldás: Legyen $Y_1 = Z_1\beta^{-1}$, és β' a β megszorítása $Z_1\beta^{-1}$ -re. Ekkor $\text{Im } \alpha = \text{Ker } \beta \leq Y_1$ miatt a $0 \rightarrow X \xrightarrow{\alpha} Y_1 \xrightarrow{\beta'} Z_1 \rightarrow 0$ sorozat létezik, és az eredeti sorozat egzaktsága miatt ez is egzakt. Térjünk vissza most az első sorozathoz. Legyen $\iota : Z_1 \rightarrow Z$ a természetes beágyazás. ι nem epimorfizmus, így nem is felhasadó epimorfizmus, tehát az ARS definíciója szerint létezik olyan $\gamma : Z_1 \rightarrow Y$, amelyre $\gamma\beta = \iota$. Mivel $\text{Im } \gamma\beta = \text{Im } \iota = Z_1$, $\text{Im } \gamma \leq Z_1\beta^{-1}$, tehát $\gamma : Z_1 \rightarrow Y_1$ és $\gamma\beta' = \gamma(\beta|_{Y_1}) = \text{id}_{Z_1}$. Így a második sorozatban használva a γ morfizmust:

$$0 \rightarrow X \xrightarrow{\alpha} Y_1 \begin{array}{c} \xrightarrow{\beta'} \\ \xleftarrow{\gamma} \end{array} Z_1 \rightarrow 0,$$

láthatjuk, hogy a második sorozat felhasadó.

2. Legyen $A_A = \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix}$. Adjuk meg az egyszerű modulusok Auslander–Reiten-eltoltjait.

Megoldás: Egy M modulus AR-eltoltját a következő lépésekkel lehet kiszámítani:

$$\xi : P' \xrightarrow{\alpha} P \rightarrow M \rightarrow 0$$

az M projektív feloldásának első két lépése. Erre alkalmazzuk a $\text{Hom}(-, A_A)$ funktort:

$$\xi^* : 0 \rightarrow M^* \rightarrow P^* \xrightarrow{\alpha^*} (P')^* \rightarrow \text{Tr}(M) \rightarrow 0,$$

kiegészítve jobb oldalon az α^* komagjával, hogy egzakt sorozatot kapjunk. Ezután alkalmazzuk az utóbbi sorozatra a K -dualitást:

$$D(\xi^*) : 0 \rightarrow \tau(M) \rightarrow Q' \xrightarrow{D(\alpha^*)} Q \rightarrow D(M^*) \rightarrow 0.$$

Az utóbbiban $\tau(M) = D(\text{Tr}(M))$, és $Q = D(P^*)$ a P -nek megfelelő injektív, $Q' = D((P')^*)$ a P' -nek megfelelő injektív modulus.

Ha $\text{Hom}(P', P)$ egydimenziós, akkor $\text{Hom}(Q', Q)$ is az, így abban az esetben a második sorozatot ki lehet hagyni, és $\tau(M)$ -et mint $D(\alpha^*)$ magját kiszámíthatjuk. Ellenkező esetben a második sorozat α^* -át meg kell határoznunk, abból $\text{Tr}(M)$ -et, és aztán $\tau(M) = D(\text{Tr}(M))$ -et egyszerű duálisképzéssel (ld. a 3. feladatsor 5. feladatát).

Az ebben a feladatban kérteltoltakhoz elég az első módszer. A 3. feladatsor 4. feladatának megoldása szerint

$${}_A A = \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 2 & 3 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix}, \text{ és}$$

$$D({}_A A) = \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 2 & 3 & 2 \\ & 1 & 3 \end{smallmatrix}.$$

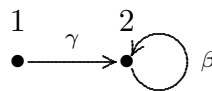
Ennek alapján az eltoltak kiszámítása:

$$\begin{array}{lll} \xi : \begin{smallmatrix} 3 & & \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow 1 \rightarrow 0 & D(\xi^*) : 0 \rightarrow 3 \rightarrow \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow \dots & \tau(1) = 3 \\ \xi : \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow \begin{smallmatrix} 2 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow 2 \rightarrow 0 & D(\xi^*) : 0 \rightarrow \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow 2 \rightarrow \dots & \tau(2) = \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \\ \xi : \begin{smallmatrix} 1 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow \begin{smallmatrix} 3 & & \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow 3 \rightarrow 0 & D(\xi^*) : 0 \rightarrow \begin{smallmatrix} 2 & & \\ 1 & 3 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \rightarrow \dots & \tau(3) = \begin{smallmatrix} 2 & & \\ 3 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 \end{smallmatrix} \end{array}$$

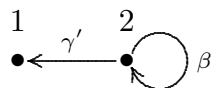
3. Legyen $A_A = P_1 \oplus P_2$, ahol $P_1 = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}$ és $P_2 = \begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix}$, továbbá $P_1^* = \text{Hom}(P_1, A_A)$ és $P_2^* = \text{Hom}(P_2, A_A)$. Rajzoljuk föl a P_1^* és P_2^* bal A -modulusok Loewy-diagramját. Ha az $\alpha : P_2 \rightarrow P_1$ homomorfizmus képe egydimenziós, akkor mi az ennek megfelelő $\alpha^* : P_1^* \rightarrow P_2^*$ homomorfizmus a Loewy-diagramokon megadva? Határozzuk meg ennek segítségével az $\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}$ modulus AR-eltoltját.

Megoldás: Tudjuk, hogy $\text{End}(A_A) \cong A$, ahol minden $r \in A$ elemnek az r -rel való balszorzás felel meg. Ebben $\text{Hom}(P_i, A_A)$ az Ae_i részmodulus (az e_i -vel való balszorzás A_A -ban az $e_i A$ komponensre való vetítés), és $\text{Hom}(P_i, P_j)$ az $e_j A e_i$ altér. Egy $\varphi \in \text{Hom}(P_i, P_j)$ morfizmus (az $\text{End}(A) \cong A$ megfeleltetésnél $r \in e_j A e_i$ elem) képe a $\text{Hom}_A(-, A_A)$ funktornál $r^* : \text{Hom}(P_j, A_A) \rightarrow \text{Hom}(P_i, A_A)$ az r elemmel való jobbszorzás, azaz $e_j \mapsto e_j r = r$. Tehát ha $\varphi : e_i \rightarrow r$, akkor $\varphi^* : e_j \rightarrow r$. A Loewy-diagramokat könnyebb ${}_A A$ helyett az $A_{A^{opp}}^{opp}$ -ra fölírni, ekkor $e_i \mapsto r$ képe $e_j \mapsto r'$, ahol r' az r -nek megfelelő A^{opp} -beli elem, tehát ha nyilak szorzataként írjuk föl, akkor a nyilak sorrendje megfordul. Felbonthatatlan projektívek direkt összegei között vezető homomorfizmusokat a komponensek közötti homomorfizmusok mátrixaként írhatjuk (jobbról írva egy adott komponens generátoreleme képének a komponensei a megfelelő sorszámú sorba kerülnek), és a *-leképezésénél a mátrixot transzponálni kell.

A megadott algebrát és bal oldali reguláris modulusát megadtuk a 3. feladatsor 4. feladatában: Az algebra gráfja Γ :



és $A \cong K\Gamma/I$, ahol $I = (\gamma\beta^2, \beta^3)$. ${}_A A$ Loewy-diagramja megegyezik $A_{A^{opp}}^{opp}$ Loewy-diagramjával. A^{opp} gráfja Γ^{opp} :



és $I^{opp} = ((\beta')^2\gamma', (\beta')^3)$. Ebből azt kapjuk, hogy

$${}_A A = A_{A^{opp}}^{opp} = \begin{smallmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 2 & \\ & & & 2 \end{smallmatrix} = P_1^* \oplus P_2^*.$$

A megadott $\alpha : P_2 \rightarrow P_1$ homomorfizmus $\alpha : e_2 \mapsto \gamma\beta$, így a képe $\alpha^* : P_1^* \rightarrow P_2^*$, $\alpha^* : e_1' \rightarrow (\gamma\beta)' = \beta'\gamma'$.

Az $\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}$ modulus AR-eltoltjának kiszámítása:

$$\xi : \begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\alpha} \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \longrightarrow 0 \quad \xi^* : \cdots \longrightarrow 1 \xrightarrow{\alpha^*} \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \ 2 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \ 2 \end{smallmatrix} \longrightarrow 0 \quad \tau\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \ 2 \end{smallmatrix}.$$

4. Határozzuk meg az A algebra Auslander–Reiten-gráfját, ha $A_A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$.

Megoldás: Amint a 3. feladatsor 7. feladatában kiszámítottuk,

$$A_A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}\text{-ra}$$

$${}_A A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \oplus 2 \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}, \text{ és}$$

$$D({}_A A) = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \oplus 2 \oplus \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}.$$

Az algebra gráfja legyen $2 \xrightarrow{\alpha} 1 \xrightleftharpoons[\gamma]{\beta} 3$. Számítsuk ki először az injektív modulusok τ -orbitjait. Az eltoltakból az egyszerű eseteket kiszámítottuk a 3. feladatban, a többihez használjuk a 4. feladatban leírt módszert.

$$\xi : \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\varphi} \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \rightarrow 0, \quad \varphi = [\alpha \quad \beta\gamma],$$

$$\xi^* : 2 \oplus \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\varphi^*} \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}, \quad \varphi^* = \begin{bmatrix} \alpha' \\ \gamma'\beta' \end{bmatrix}, \quad \tau(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix}) = \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$$

$\begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$ projektív, így ez az orbit véget ért.

$$\tau(2) = \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \text{ a 3. feladat szerint,}$$

és $\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$ is projektív.

$$\xi : \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\varphi} \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \rightarrow 0, \quad \varphi = [\beta\gamma]$$

$$\xi^* : \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\varphi^*} \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \rightarrow 0, \quad \varphi^* = [\gamma'\beta'], \quad \tau(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}) = \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix}$$

$$\xi : \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\alpha} \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \longrightarrow \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix}, \quad \varphi = [\alpha \quad \gamma]$$

$$\xi^* : 2 \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \xrightarrow{\varphi^*} \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \longrightarrow 1. \quad \varphi = \begin{bmatrix} \alpha' \\ \gamma' \end{bmatrix}, \quad \tau(\begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix}) = 1$$

$$\tau(1) = 3 \text{ a 3. feladat szerint.}$$

$$\tau(3) = \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix} \text{ a 3. feladat szerint,}$$

és ezzel ez az orbit is véget ért. Felhasználva a 3. feladatsor 7. feladatának eredményét a projektívekbe menő és az injektívekből induló irreducibilis morfizmusokról, a τ -orbitokat össze tudjuk kapcsolni, és az összes szereplő modulus teljes AR-sorozatát megkapjuk (a dimenziókkal lehet ellenőrizni), tehát ezek a modulusok az AR-gráf egy teljes komponensét adják, és mivel ez a komponens véges, ez a teljes AR-gráf.

5. Bizonyítsuk be, hogy a $\mathbb{Z}_3 D_3$ csoportalgebra izomorf azzal a \mathbb{Z}_3 fölötti gráfalgebrával, amelyre a jobb reguláris modulus Loewy-diagramja $\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix}$.

Megoldás: Jelöljük a $\mathbb{Z}_3 S_3 \cong \mathbb{Z}_3 D_3$ csoportalgebrát A -val, és legyen $D_3 = \langle f, t \rangle$, ahol f egy harmadrendű forgatás, t pedig egy tükrözés. $0 = 1 - f^3 = (1 - f)^3$ miatt $1 - f \in A$ nilpotens elem. Továbbá $(1 - f)t = t(1 - f^2) = -tf^2(1 - f)$ és $(1 - f)f = f(1 - f)$ miatt $(1 - f)A \leq A(1 - f)$, és így $((1 - f)A)^3 \leq A^3(1 - f)^3 = 0$, tehát $J = (1 - f)A$ nilpotens jobbideál (sőt ideál), így $J \leq J(A)$. J -nek bázisa $\{1 - f, f - f^2, t - ft, ft - f^2t\}$, tehát J négydimenziós, másrészt D_3 -nak van két különböző irreducibilis lineáris reprezentációja: a

triviális és az, amelyik a tükrözésekhez -1 -et, a forgatásokhoz 1 -et rendel, ezért $A/J(A)$ -nak homomorf képe $S_1 \oplus S_2$, ahol S_1, S_2 az előbbi reprezentációkhoz tartozó egydimenziós modulusok, tehát $J(A)$ legfőbb négydimenziós, és emiatt $J(A) = (1 - f)A$.

Mivel $A/J(A) \cong \bigoplus P_i/\text{rad } P_i$, és $A/J(A)$ két egyszerű modulus direkt összege, A_A két felbonthatatlan projektív modulus összegére bomlik. Egy idempotens viszont könnyen találunk: $(1 + t)^2 = -1 - t$ miatt $-1 - t$, és ennek kiegészítője, $-1 + t$ idempotens elemek, $P_1 = (-1 - t)A$ és $P_2 = (-1 + t)A$ az A összes felbonthatatlan projektív modulusa: $A_A = P_1 \oplus P_2$. Mindkettő háromdimenziós, de nem izomorfak, mert $P_1/\text{rad } P_1$ és $P_2/\text{rad } P_2$ a két nem izomorf egyszerű modulus kell, hogy legyen.

Legyen $e_1 = -1 - t$ és $e_2 = -1 + t$. A feladatban megadott gráfalgebra a $\Gamma : 1 \begin{matrix} \xrightarrow{\alpha} \\ \xleftarrow{\beta} \end{matrix} 2$ gráfhoz tartozó $B = K\Gamma/I$ algebra, ahol $I = (\alpha\beta\alpha, \beta\alpha\beta)$. $J(B)$ a legalább egy hosszú utak lineáris kombinációból áll, így $e_1J(B)e_2 = K\alpha$, és $e_2J(B)e_1 = K\beta$. Tehát az izomorfizmus megmutatásához $e_1J(A)e_2$ és $e_2J(A)e_1$ egy-egy generátorelemét kell nyílnak választani. $J(A) = (1 - f)A$, így legyen $\alpha = e_1(f - 1)e_2 = e_1fe_2 - e_1e_2 = e_1fe_2$ és $\beta = e_2(f - 1)e_1 = e_2fe_1 - e_2e_1 = e_2fe_1$. Az nyilvánvaló, hogy $\alpha\beta\alpha = \beta\alpha\beta = 0$, ugyanis mindegyik eleme $J(A)^3$ -nek, ami $(1 - f)^3 = 0$ miatt 0 . Mivel $\alpha = e_1\alpha e_2$ és $\beta = e_2\beta e_1$, az idempotensek és a nyílak szorzata megfelel a gráfalgebrabeli szorzatnak. Ezenkívül csak azt kell belátni, hogy $P_1 = \langle e_1, \alpha, \alpha\beta \rangle$ és $P_2 = \langle e_2, \beta, \beta\alpha \rangle$, amihez elég megmutatni, hogy a megadott három-három elem lineárisan független. $\alpha = e_1fe_2 = e_1f(-1 + t) = e_1(-f + tf^2) = e_1(-f + f^2)$, ugyanis $e_1t = (-t - 1)t = -1 - t = e_1$, és $\alpha\beta = e_1fe_2e_2fe_1 = e_1fe_2fe_1 = e_1(-f + f^2)fe_1 = e_1(1 - f^2)(-1 - t) = e_1(-1 + f^2 - t + f^2t) = e_1(-1 + f^2 - t + tf) = e_1(-1 + f^2 - 1 + f) = e_1(1 + f + f^2)$. Azt is tudjuk, hogy $e_1t = e_1$ miatt e_1A bázisa $\{e_1, e_1f, e_1f^2\}$, és ebből következik, hogy $\{e_1, \alpha, \alpha\beta\} = \{e_1, e_1(-f + f^2), e_1(1 + f + f^2)\}$ is bázis P_1 -ben. Hasonlóan, az $e_2t = (-1 + t)t = 1 - t = -e_2$ összefüggést felhasználva kapjuk, hogy az $\{e_2, \beta, \beta\alpha\} = \{e_2, e_2(-f - f^2), e_2(1 + f + f^2)\}$ halmaz bázisát alkotja P_2 -nek.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha a K test karakterisztikája p , akkor egy tetszőleges G véges p -csoport KG csoportalgebrájának Jacobson-radikálja azokból az elemekből áll, amelyekben az együtthatók összege 0 . Hány nem izomorf egyszerű modulus van KG fölött?

Megoldás: Először belátjuk $|G|$ -re vonatkozó indukcióval, hogy G -nek egyetlen irreducibilis reprezentációja van, a triviális reprezentáció. Legyen $\varphi : G \rightarrow GL(V)$ irreducibilis. Mivel G p -csoport, $Z(G) \neq 1$. Legyen $1 \neq g \in Z(G)$. Ha $|G| = p^n$, akkor $(\varphi(g))^{p^n} = \varphi(g^{p^n}) = \varphi(1) = I$, így $\varphi(g)$ minimálpolinomja osztója az $x^{p^n} - 1 = (x - 1)^{p^n}$ (a p karakterisztika miatt!) polinomnak, ezért $\varphi(g)$ -nek van 1 -hez tartozó sajátvektora. Legyen V_1 a $\varphi(g)$ transzformáció 1 -hez tartozó sajátaltère. A $g \in Z(G)$ feltevés miatt ez $\text{Im } \varphi$ -invariáns, így $V_1 = V$, és $g \in \text{Ker } \varphi$. De akkor $\bar{\varphi} : G/\langle g \rangle \rightarrow GL(V)$ is irred reprezentáció, és az indukciós feltevés miatt triviális, tehát φ is az.

Legyen $A = KG$ és $M_0 = \{ \sum_{g \in G} \lambda_g g \mid \sum_{g \in G} \lambda_g = 0 \}$. M_0 nyilván részmodulus A_A -ban, és 1 kodimenziós, tehát maximális is. Másrészt bármely M maximális modulusra A_A/M az egyetlen, triviális modulussal lehet csak izomorf, így a faktormodulusban $1 \cdot g = 1$, azaz $1 - g \in M$ minden $g \in G$ -re. Viszont ezek az elemek kigenerálják M_0 -t, tehát, $M_0 \leq M$, és így az M_0 maximalitása miatt $M = M_0$. Ezzel beláttuk, hogy M_0 az egyetlen maximális

részmodulus A_A -ban, és így $J(A) = M_0$.

Hf1. Legyen $0 \rightarrow X \xrightarrow{\alpha} Y \xrightarrow{\beta} Z \rightarrow 0$ egzakt sorozat. Bizonyítsuk be, hogy ha α irreducibilis, és $\text{Im } \alpha \leq Y_1 < Y$, akkor $\text{Im } \alpha$ direkt összeadandója Y_1 -nek.

Hf2. Legyen $A_A = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \oplus \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}$. Adjuk meg a $\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}$ modulus Auslander–Reiten-eltoltját.