

NÉV: _____

Gyűrűk és csop. repr.

2. zh

2013. május 14.

I. rész. Ebben a részben minden helyes válasz 3 pontot ér. Indokolni nem kell, csak ha a feladat ezt külön kéri. A választ a keretbe írjuk!

1. Definiáljuk egy karakter centrumát! Mit mondhatunk egy irreducibilis karakter centrumáról?

2. $\sum_{\chi \in \text{Irr } G} \sum_{g, h \in G} \chi(g)\chi(h) = ?$

3. Hány irreducibilis összeadandója van az S_5 szimmetrikus csoport $3 + 2$ alakú partícióval való hatásához tartozó permutációs karakter A_5 -re való megszorítottjának?

4. Legyen $H \leq G$, $\chi \in \text{Irr } H$, és ρ a G reguláris karaktere. Határozzuk meg a $[\chi^G, \rho]$ skalárszorzatot!

5. Definiáljuk a komplex karakterhez rendelt moduláris karaktert a felhasznált gyűrűkonstrukcióval és -homomorfizmussal együtt!

6. Melyik biztosan algebrai egész az alábbiak közül, ha χ irreducibilis karakter?

A) $\overline{\chi(g)}$ B) $\frac{|\mathcal{K}(g)|}{\chi(1)}$ C) $\frac{|\mathcal{K}(g)|\chi(g)}{\chi(1)}$ D) $\frac{\chi(1)}{\chi(g)}$

7. Hány irreducibilis karaktere lehet egy 55 elemű csoportnak?

8. Mondjuk ki a Clifford-tételt!

II. rész.

9. Bizonyítsuk be, hogy egyszerű csoportnak nincs prímszámú elemszámú, nem triviális konjugáltosztálya! (6 pont)
10. Bizonyítsuk be, hogy a Frobenius-mag normálosztó! (20 pont)