

1. Keressük meg  $C_3$  irreducibilis reprezentációit egy tetszőleges  $K$  test fölött! Határozzuk meg  $KC_3$  részmodulusait, ha  $K$  karakterisztikája 3.
  2. Adjuk meg  $C_2 \times C_2$  irreducibilis reprezentációit egy tetszőleges  $K$  test fölött!
  3. Bizonyítsuk be, hogy egy Abel-csoportnak minden  $\mathbb{C}$  fölötti irreducibilis reprezentációja lineáris! Mi a helyzet tetszőleges test fölött?
  4. Adjuk meg  $S_4$ -nek egy 3-dimenziós valós irreducibilis reprezentációját, és határozzuk meg ennek a reprezentációnak a karakterét.
  5. Bizonyítsuk be, hogy egy irreducibilis karakternek és egy lineáris karakternek a szorzata mindig irreducibilis.
  6. Határozzuk meg  $A_4$  és  $S_4$  karaktertábláját.
  7. Bizonyítsuk be, hogy egy nemtriviális csoport karaktertáblájának minden sorában és minden oszlopában legalább két nemnulla szám van.
- Hf1.** Bizonyítsuk be, hogy egy 28 elemű nem kommutatív csoportnak van másodfokú irreducibilis reprezentációja  $\mathbb{C}$  fölött.
- Hf2.** Egészítsük ki a következő táblázatot, ha tudjuk, hogy ez egy véges csoport karaktertáblája (vegyük figyelembe, hogy a sorok és oszlopok esetleg nem a megszokott sorrendben vannak, tehát az 1 elemhez tartozó oszlop nem feltétlenül az első, és a triviális karakter nem feltétlenül az első sorba került)! Mekkora a csoport rendje, konjugáltosztályainak mérete, milyen rendű normálosztói vannak? Mekkora a csoport centruma?

1		1	-1		1	
1					-1	1
		1	-1			1
			0	0		-2
2		-2	0		$-i\sqrt{2}$	0
2	0		0			0