A3 2. ZH (2015. nov. 26.) A

1. 8 kulcsom közül csak egyik nyitja az előttem levő ajtót. Ha véletlenszerűen veszem elő a kulcsokat, mindig egy másikat (a már kipróbáltakat félretéve), mi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 5 próbalkozassal sikerül kinyitnom az ajtót?
2. Egy fogadásra 5 magyar, 2 német ś 3 francia vendég érkezik egyenként. Mi a valószínűsége, hogy az első három vendég érkezési sorrendje magyar-francia-magyar?
3. Egy sorsjátékon 1 darab 100 000 Ft-os, 10 darab 10 000 Ft-os, és 100 darab 1 000 Ft-os nyeremény van. A játékhoz 50 000 darab sorsjegyet adnak ki. Mennyi legyen a jegy ára, hogy egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke a jegy árának felével egyezzen meg?
4. Egy számítógéphez 20 terminál van hozzákapcsolva. Adott időpillanatban mindegyik $\frac{2}{3}$ valószínűséggel küld üzenetet a gépnek, de a vétel csak akkor hibátlan, ha csak egy terminál küldött üzenetet. Ha 15 független időpontot tekintünk, akkor mi az ezen időpontok alatt a terminálok által összesen leadott üzenetek várható száma?
5. Ha naponta Pesten átlagosan 3.5 tűzeset történik, Budán pedig 2.6, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy Budapesten egy nap legalább kétszer riasztani kell a tűzoltókat? Hány tűzeset a legvalószínűbb Budapesten egy nap?

Megoldások

1. 5/8
2. Szorzásszabállyal: $\frac{5}{10}\frac{3}{9}\frac{4}{8}$
3. $\mathbb{E}(nyeremeny) = 100000 \cdot \frac{1}{50000} + 10000 \cdot \frac{10}{50000} + 1000 \cdot \frac{100}{50000}$. A jegyet kétszer ennyiért kell adni.
4. A terminálok által egy időpillanatban küldött üzenetek száma binomiális eloszlású 20 és $\frac{2}{3}$ paraméterekkel, így várható értéke $20 \cdot \frac{2}{3}$. Ezért 15 időegység alatt a várható érték $15 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3}$.
5. X: Budapesten napi tűzesetek száma Poisson eloszlású, 3.5 +2.6 =6.1 paraméterrel. $\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - e^{-6.1} - 6.1e^{-6.1}$. Legvalószínűbb $[6.1] = 6$ tűzeset.

A3 2. ZH (2015. nov. 26.) B

1. 8 kulcsom közül csak egyik nyitja az előttem levő ajtót. Ha véletlenszerűen veszem elő a kulcsokat, akár a már kipróbáltakat is, mi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 5 próbalkozassal sikerül kinyitnom az ajtót?
2. Egy fogadásra 5 magyar, 2 német ś 3 francia vendég érkezik egyenként. Mi a valószínűsége, hogy az első három vendég érkezési sorrendje német-magyar-magyar?
3. Egy sorsjátékon 1 darab 10 000, Ft-os, 10 darab 1 000 Ft-os, és 100 darab 100 Ft-os nyeremény van. A játékhoz 5 000 darab sorsjegyet adnak ki. Mennyi legyen a jegy ára, hogy egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke a jegy árának harmadával egyezzen meg?
4. Egy számítógéphez 20 terminál van hozzákapcsolva. Adott időpillanatban mindegyik $\frac{2}{3}$ valószínűséggel küld üzenetet a gépnek, de a vétel csak akkor hibátlan, ha csak egy terminál küldött üzenetet. Ha 15 független időpontot tekintünk, akkor mi az ezen időpontok alatt a gép által hibátlanul vett üzenetek várható száma?
5. Annak valószínűsége, hogy egy évben egyetlen repülőgép sem zuhan le 0.1. Mire tippel, hány repülőgép fog lezuhanni a következő évben? Mi annak valószínűsége, hogy legalább két ilyen baleset lesz a következő évben?

Megoldások

1. $1-(\frac{7}{8})^5$, de lehetett geometriai eloszlással is megoldani.
2. Szorzásszabállyal: $\frac{2}{10}\frac{5}{9}\frac{4}{8}$
3. $\mathbb{E}(nyeremeny) = 10000\cdot\frac{1}{5000} + 1000\cdot\frac{10}{5000} + 100\cdot\frac{100}{5000}$. A jegyet háromszor ennyiért kell adni.
4. A terminálok által egy időpillanatban küldött üzenetek száma binomiális eloszlású 20 és $\frac{2}{3}$ paraméterekkel, így annak val.sége, hogy a vétel hibátlan: $p = \mathbb{P}(X = 1) = 20\cdot\frac{2}{3}\cdot(\frac{1}{3})^{19}$. A gép által 15 időegység alatt hibátlanul vett üzenetek száma binomiális eloszlású 15 és p paraméterekkel, így várható értéke $15p = 15\cdot 20\cdot\frac{2}{3}\cdot(\frac{1}{3})^{19}$.
5. X: egy évben lezuhant repülőgépek száma, Poisson eloszlású λ paraméterrel, melyre $\mathbb{P}(X=0) = e^{-\lambda} = 0.1$, ahonnan $\lambda = \ln 10$. $\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - e^{-\ln 10} - \ln 10 e^{-\ln 10} = 1 - \frac{1+\ln 10}{10}$. Legvalószínűbb $[\ln 10] = 2$ ilyen eset egy évben.